Министерство образования и науки Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия

Т. Л. Богданова, В. В. Петухов

МЕХАНИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
ТЕРМОДИНАМИКА

Сборник тестовых заданий и примеры решения задач. Учебное пособие для самостоятельной работы

ЧАСТЬ 1

Утверждено
на заседании ученого совета
Протокол № от 2010

Краматорск 2010

УДК 53
ББК 22.3
Б 73

Рецензенты:

У посібнику наведено методичні вказівки до розв'язання задач за розділами «Механіка», «Молекулярна фізика і термодинаміка»» курсу загальної фізики, наведено 35 прикладів розв'язання задач за цими темами. У кожному параграфі містяться короткі теоретичні відомості та формули, необхідні для розв'язання задач. Наведено 37 завдань для аудиторного розв'язання, тестові завдання для самоконтролю і більше 1000 завдань для самостійної роботи

Богданова, Т.Л.

Б 73 Механика. Молекулярная физика. Термодинамика: сборник тестовых заданий и примеры решения задач. Учебное пособие для самостоятельной работы / Т. Л. Богданова, В. В. Петухов. – Краматорск : ДГМА, 2010. – 243 с.
ISBN XXXXX

В пособии приведены методические указания к решению задач по разделам «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика»» курса общей физики, приведено 35 примеров решения задач по этим темам. В каждом параграфе имеются краткие теоретические сведения и формулы, необходимые для решения задач. Представлены 37 задач для аудиторного решения, тестовые задания для самоконтроля и более 1000 задач для самостоятельной работы

УДК 53
ББК 22.3

ISBN XXXXX

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ………………..………………………………………….………….... 6
1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА…………………………………………………….... 7
1.1 Требования к уровню освоения содержания разделов……….. 7
1.2 Объем и виды учебной работы………………………...……... 7
1.3 Содержание разделов программы модуля 1 «Механика»……. 8
1.4 Содержание разделов программы модуля 2 «Молекулярная физика. Основы термодинамики»…………………………… 9
1.5 Лабораторный практикум………..…………………………... 10
1.6 Самостоятельная работа и контроль знаний………………... 10
1.7 Методика решения задач. Общие указания…………………… 11
1.8 Требования к оформлению решения задач……………………. 12
1.9 Критерии оценивания знаний, умений и навыков студентов... 13
2 ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ………..…………………………………. 15
2.1 Основные понятия и законы………………………………… 15
2.1.1 Кинематика поступательного движения……………….... 15
2.1.2 Кинематика вращательного движения………………….. 22
2.2 Таблица формул……………………………………………… 24
2.3 Вопросы для самоподготовки…………………………..……… 27
2.4 Литература……….. 27
2.5 Тестовые задания для самоконтроля………………………... 29
2.6 Особенности методики решения задач по кинематике……… 43
2.6.1 Прямолинейное равномерное движение, сложение скоростей……………………………………………... 44
2.6.2 Средняя скорость……………………………………….. 44
2.6.3 Графическое описание движения…………………….... 45
2.6.4 Составление кинематических уравнений движения…… 45
2.6.5 Неравномерное движение, движение тел в поле силы тяжести (свободное падение; движение тела, брошенного вертикально вверх; движение тела, брошенного под углом к горизонту; движение тела, брошенного горизонтально)…………………………………………… 46
2.6.6 Криволинейное движение, движение тела по окружности……………………………………………….. 47
2.7 Примеры решения задач………………………………………... 48
2.8 Задачи для аудиторного решения……………………………. 61
2.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы………. 62
3 ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ……………………….. 79
3.1 Основные понятия и законы……..………………………… 79
3.1.1 Динамика материальной точки………………………... 79
3.1.2 Закон сохранения импульса…………..……………….. 80
3.1.3 Механическая работа. Мощность. Энергия. Закон сохранения энергии…..…………………………………. 81

3.2 Таблица формул…………..…….………………..................... 83
3.3 Вопросы для самоподготовки………..……………………… 84
3.4 Литература ……………………………………………………… 85
3.5 Тестовые задания для самоконтроля……………………….. 86
3.6 Особенности методики решения задач по динамике
и законам сохранения..……………………...………………... 95
3.6.1 Движение тел под действием постоянной силы тяжести
и упругих сил…………………………………………….... 95
3.6.2 Движение тел при наличии сил трения………………… 97
3.6.3 Закон сохранения импульса………………………………… 98
3.6.4 Работа. Энергия. Закон сохранения энергии……………. 98
3.6.5 Совместное применение законов сохранения…………... 99
3.7 Примеры решения задач………….……………..…………... 100
3.8 Задачи для аудиторного решения………………………………… 109
3.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы……… 111
4 ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ……………........… 128
4.1 Основные понятия и законы…........…………………………….. 128
4.1.1 Динамика вращательного движения…………………........ 128
4.1.2 Кинетическая энергия твердого тела………………........ 130
4.2 Таблица формул……….......…………………………………….. 131
4.3 Вопросы для самоподготовки………..…………………......….. 132
4.4 Литература…………………………………………………......... 132
4.5 Тестовые задания для самоконтроля……………………….......... 133
4.6 Особенности методики решения задач по динамике
вращательного движения..……………………………...……… 137
4.6.1 Нахождение момента инерции твердого тела…………... 137
4.6.2 Движение тела под действием постоянного момента
сил и применение основного закона динамики при
вращательном движении…………………………………… 138
4.6.3 Применение закона сохранения момента импульса……. 138
4.6.4 Применение закона сохранения энергии. Работа.
Мощность……………………………………………………… 138
4.7 Примеры решения задач…………..……………………......... 139
4.8 Задачи для аудиторного решения………………………........ 148
4.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы…......... 149
5 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА…………………………………......... 160
5.1 Основные понятия и законы……………......………………...... 166
5.2 Таблица формул………………………………………………........ 169
5.3 Вопросы для самоподготовки………..……………………....... 169
5.4 Литература …………………………………………………….... 169
5.5 Тестовые задания для самоконтроля……..………………………. 170
5.6 Особенности методики решения задач по молекулярной
физике..………………………………………………………….... 182
5.6.1 Задачи на применение уравнения состояния идеального
газа……………………………………………………………… 183

5.6.2 Задачи на определение параметров смесей идеальных газов……………………………………………………….. 183
5.6.3 Расчет скоростей и энергий идеального газа согласно кинетической теории идеальных газов…………………. 183
5.6.4 Применение распределения Максвелла по скоростям и энергиям……………………………………………….. 184
5.6.5 Применение барометрической формулы……………….. 185
5.7 Примеры решения задач..………..…………………………….. 185
5.8 Задачи для аудиторного решения……………………………… 191
5.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы……… 191
6 ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ……………………………......... 203
6.1 Основные понятия и законы……………………………………. 207
6.2 Таблица формул……………………………………………........ 210
6.3 Вопросы для самоподготовки………………………………….. 210
6.4 Литература …………………………………………………….... 210
6.5 Тестовые задания для самоконтроля…………………….…... 206
6.6 Особенности методики решения задач по термодинамике…... 217
6.6.1 Нахождение внутренней энергии газа, работы, совершаемой газом, количества теплоты, переданной газу. Применение первого начала термодинамики……… 217
6.6.2 Работа газа при различных изопроцессах……………….. 219
6.6.3 Нахождение теплоемкостей газа…………………………. 219
6.6.4 Задачи на нахождение параметров адиабатического процесса………………………………………………….... 219
6.6.5 Цикл Карно……………………………………………….... 220
6.6.6 Второе начало термодинамики. Вычисление изменения энтропии системы……………………………………….... 220
6.7 Примеры решения задач..………………………………………. 220
6.8 Задачи для аудиторного решения……………………………… 227
6.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы……… 228
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ..………………….. 242

ВВЕДЕНИЕ

Данное методическое пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов дневного отделения специальностей «Инженерная механика», «Машиностроение», «Сварка», «Металлургия», «Литейное производство» по изучению разделов курса общей физики (физические основы механики, основы молекулярно-кинетической теории и термодинамика) и контроля этой работы.

Для самостоятельной работы по изучению данных разделов в пособии приведена соответствующая часть программы, основные теоретические сведения, вопросы для самоподготовки и перечень рекомендованной для подготовки литературы, тестовые задания для самоконтроля. Описана методика решения задач по каждому разделу, даны примеры решения задач, план практических занятий, систематизированы необходимые формулы для решения задач по перечисленным разделам курса, приведены задачи для решения на практических занятиях и индивидуальные задачи для самостоятельной работы студентов.

Студентам рекомендуется придерживаться одного основного пособия, а по отдельным вопросам, недостаточно раскрытым в основном пособии, дополнительно пользоваться другими учебниками. Список рекомендованной для изучения раздела литературы приводится в конце каждого раздела.

1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1.1 Требования к уровню освоения содержания разделов

Согласно Государственному стандарту высшего профессионального образования государственные требования к уровню подготовки студента предполагают, что в результате изучения разделов дисциплины «Физика» («Физические основы механики», «Статистическая физика и термодинамика») приобретаются знания:

- об опытных обоснованиях и основных законах классической механики;
- о свойствах пространства и времени и фундаментальных законах сохранения, связанных с этими свойствами;
- об ограниченности классической механики и релятивистской механике как ее обобщении;
- о статистических и динамических законах;
- об опытных обоснованиях и основных положениях молекулярно-кинетической теории;
- об основных законах равновесной и неравновесной термодинамики;
- об использовании физических явлений, рассматриваемых в данных разделах, в современной технике и технологии.

В ходе изучения разделов должны быть сформированы умения использовать:

- фундаментальные понятия, законы и модели классической и релятивистской механики, статистической физики и термодинамики для решения различных задач, в том числе прикладных;
- методы теоретического и экспериментального исследования механических и термодинамических явлений;
- методы оценки достоверности результатов и точности измерений;
- приемы оценки численных порядков величин, характерных для данных разделов физики.

1.2 Объем и виды учебной работы

Изучение курса состоит из теоретической подготовки, практических и лабораторных занятий.

На изучение модуля «Механика» отводится 54 часа: 10 часов лекционных занятий, 10 часов лабораторных занятий, 6 часов практических занятий.

Самостоятельная работа включает 28 часов: 11 часов – изучение лекционного материала, 9 часов – подготовка и оформление лабораторных работ, 10 часов – подготовка к практическим занятиям и формирование умений и навыков решения задач, 8 часов – подготовка к модульной контрольной работе.

Изучению модуля «Механика» соответствует 1,5 кредита.

На изучение модуля «Молекулярная физика. Основы термодинамики» отводится 33 часа: 8 часов лекций, 4 часа практических занятий, 6 часов лабораторных занятий.

Самостоятельная работа по этому модулю включает 15 часов: 5 часов – изучение лекционного материала, 5 часов – подготовка и оформление лабораторных работ, 4 часа – подготовка к практическим занятиям и формирование умений и навыков решения задач, 1 час – подготовка к модульной контрольной работе.

Изучению модуля «Молекулярная физика. Основы термодинамики» соответствует 1,25 кредита.

1.3 Содержание разделов программы модуля 1 «Механика»

Введение

Предмет физики. Материя. Движение, пространство, время как формы существования материи. Методы физического исследования: эксперимент, гипотеза, теория. Роль физики в развитии техники и влияние достижений техники на развитие физики. Связь физики с философией, математикой и другими науками.

Кинематика

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Тело отсчета и системы отсчета. Представление о свойствах пространства и времени, лежащие в основе классической механики.

Основная задача механики и особенности её решения для материальной точки. Векторный, координатный и естественный методы изучения движения материальной точки. Понятие о материальной точке. Перемещение точки. Скорость. Ускорение. Ускорение нормальное и тангенциальное. Ускорение при равномерном движении точки по окружности. Абсолютно твердое тело. Угловые скорость и ускорение. Кинематика вращательного движения. Связь между линейными и угловыми характеристиками.

Динамика

Классическая механика. Системы отсчета. Понятие состояния в классической механике. Параметры состояния. Сила. Уравнение движения. Принцип инерции, или первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Масса. Второй и третий законы Ньютона. Импульс тела. Импульс силы. Система тел (материальных точек). Движение системы тел относительно центра. Момент импульса и момент силы относительно центра. Момент инерции. Теорема Штейнера. Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Гироскопический эффект и его применение. Связь законов сохранения импульса и момента импульса со свойствами пространства.

Механическая работа и энергия

Механическая работа и ее выражение через криволинейный интеграл. Теорема об изменении кинетической энергии. Работа по повороту твердого тела и его кинетическая энергия. Потенциальные силы. Работа потенциальных сил. Потенциальная энергия материальной точки. Механическая энергия материальной точки и возможности ее изменения. Условия сохранения механической энергии материальной точки. Система материальных точек. Механическая энергия системы и условия ее изменения. Закон сохранения механической энергии и его связь с однородностью времени.

Элементы специальной теории относительности

Постулаты теории относительности. Преобразования Лоренца. Понятия одновременности событий. Преобразование пространственных и временных масштабов. Релятивистский закон сложения скоростей. Основы релятивистской динамики. Взаимосвязь массы и энергии тела.

1.4 Содержание разделов программы модуля 2 «Молекулярная физика. Основы термодинамики»

Применение статистического и термодинамического методов для описания идеального газа

Термодинамическая система. Статистический и термодинамический методы исследования. Термодинамические параметры. Основы статистической механики. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа. Число степеней свободы. Абсолютная температура. Распределение энергии по степеням свободы.

Классическая статистика. Распределение молекул по скоростям

Законы распределения молекул. Закон распределения молекул по скоростям (закон Максвелла) и энергиям и его экспериментальная проверка. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Длина свободного пробега молекул. Наиболее вероятная, среднеарифметическая и среднеквадратичная скорости.

Основные понятия и первое начало термодинамики. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа

Равновесное состояние системы, термодинамический процесс. Внутренняя энергия системы как функция состояния. Теплота и работа. Первое начало термодинамики и его применение к различным изопроцессам. Классическая молекулярно-кинетическая теория теплоемкости идеального газа и ее ограниченность. Понятие о квантовой теории теплоемкости. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона.

Круговые процессы (циклы). Второе начало термодинамики

Круговые процессы. Цикл Карно. Принцип действия и коэффициент полезного действия тепловой и холодильной машин. Обратимые и необратимые процессы. Необратимость реальных тепловых процессов. Второе начало термодинамики. Приведенное количество тепла. Неравенство Клаузиуса. Энтропия как функция состояния системы. Энтропия и термодинамическая вероятность. Статистический смысл второго начала термодинамики.

1.5 Лабораторный практикум

Целью лабораторного практикума является систематизация, расширение и закрепление теоретических основ, излагаемых в лекционном курсе, и приобретение умения самостоятельно выполнять исследования, испытания, расчеты и делать выводы проведенного эксперимента.

Таблица 1.1 – Темы лабораторных работ модуля 1 «Механика»

№	Наименование лабораторной работы	Литература, рекомендуемая для подготовки
11	Знакомство с теорией измерений	**Белых, В.Г.** Механика. Молекулярная физика и термодинамика : метод. пособие к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студ. всех спец. вуза) / В. Г. Белых, Т. Л. Богданова, В. М. Костенко, В. Н. Тулупенко, О. С. Фомина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 80 с. – ISBN 979-966-379-164-7
13	Определение средней силы удара	
14	Определение момента инерции маховика	

Таблица 1.2 – Темы лабораторных работ модуля 2 «Молекулярная физика. Основы термодинамики»

№	Наименование лабораторной работы	Литература, рекомендуемая для подготовки
21	Определение универсальной газовой постоянной	**Белых, В.Г.** Механика. Молекулярная физика и термодинамика : методическое пособие к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студентов всех специальностей вуза) / В. Г. Белых, Т. Л. Богданова, В. М. Костенко, В. Н. Тулупенко, О. С. Фомина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 80 с. – ISBN 979-966-379-164-7
22	Опытная проверка закона Дюлонга и Пти	
23	Определение отношения удельных теплоемкостей воздуха	

1.6 Самостоятельная работа и контроль знаний

Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и включает в себя следующие формы ее проведения:

- подготовка к аудиторным контрольным работам (тестам), зачету и экзамену;
- решение задач;
- выполнение домашних контрольных работ;
- самостоятельная проработка отдельных тем дисциплины, данных для самостоятельного изучения;
- индивидуальные и групповые консультации с преподавателем;
- компьютерный поиск в сети Internet библиографических и информационных материалов;
- участие в научно-исследовательской и учебно-научной работе.

Контроль знаний студентов стационара по модулям 1 «Механика» и 2 «Основы молекулярной физики и термодинамики» состоит из одной уровневой модульной контрольной работы с тестовыми заданиями и задачами и домашних заданий по каждой из тем раздела для каждого модуля.

1.7 Методика решения задач. Общие указания

При решении любых физических задач целесообразно руководствоваться следующими правилами:

1 Прежде всего, нужно хорошо вникнуть в условие задачи, записать краткое условие, привести все значения физических величин к единой си-

стеме измерений. Желательно, если позволяет характер задачи, сделать рисунок, поясняющий ее сущность.

2 За редкими исключениями, каждая задача должна быть решена в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях, а не в числах), причем искомая величина должна быть выражена через заданные величины. Получив решение в общем виде, нужно проверить, правильную ли оно имеет размерность.

3 Убедившись в правильности общего решения, подставляют в него вместо каждой из букв числовые значения обозначенных ими величин, беря все эти значения в одной и той же системе единиц. Чтобы облегчить определение порядка вычисляемой величины, полезно представлять исходные величины в виде чисел, близких к единице, умноженных на 10 в соответствующей степени (например, вместо 247 подставить $2{,}47 \cdot 10^2$, вместо 0,086 – число $0{,}86 \cdot 10^{-1}$ и т. д.).

4 Надо помнить, что числовые значения физических величин всегда являются приближенными. Поэтому при расчетах необходимо руководствоваться правилами действия с приближенными числами. В частности, в полученном значении вычисленной величины нужно сохранить последним тот знак, единица которого превышает погрешность этой величины. Все остальные значащие цифры надо отбросить.

5 Получив числовой ответ, нужно оценить его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата. Например, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме, дальность полета камня, брошенного человеком, не может быть порядка 1000 м, масса молекулы – порядка 1 мг и т. п.

1.8 Требования к оформлению решения задач

Осуществив решение задачи, его следует оформить в соответствии с требованиями:

1 Привести полное условие задачи.

2 Привести краткое условие, переводя данные в систему СИ.

3 Привести дополнительные табличные данные, необходимые для решения задачи.

4 Представить схему или чертеж.

5 Выполнить решение, сопровождая его лаконичными, но исчерпывающими комментариями:

а) указать, какое явление или процесс происходит в задаче;

б) обосновать применение соответствующих законов или правил и сформулировать их;

в) пояснить все обозначения, т. е. указать каждую величину, входящую в формулу, при необходимости объяснить, почему величина имеет тот или иной знак («+» или «–»), а векторная величина – конкретное направление;

г) если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, которая не является определением физической величины, ее следует вывести.

6 Полностью представить весь ход получения рабочих расчетных формул, в том числе математический расчет, алгебраическое или геометрическое решение, дифференцирование, интегрирование и т. д. Переход от одной формулы к другой обосновывать, вновь появляющиеся величины пояснять.

7 Произвести расчет (в системе СИ или другой, но одной системе), проверить размерность, оценить физическую реальность результатов.

8 Сформулировать полный ответ (в виде выводов).

1.9 Критерии оценивания знаний, умений и навыков студентов

Контроль и оценивание работы студентов во время изучения курса проводятся с помощью письменных и устных опросов на практических и лабораторных занятиях.

Изучение каждого модуля предполагает выполнение трех лабораторных работ. Выполнение работы, оформление отчета и устный опрос знаний теоретического материала темы работы дают возможность студенту заработать от 10 (минимум) до 15 (максимум) баллов. Если студент не выполнил лабораторные работы до окончания триместра, они отрабатываются на дополнительных занятиях согласно графику консультаций преподавателя. Если лабораторные работы не выполнены после окончания триместра, они отрабатываются на дополнительных занятиях согласно расписанию повторного курса изучения дисциплины.

По результатам практических занятий студенту начисляется от нуля (минимум) до десяти (максимум) баллов.

Более детальный контроль знаний и умений осуществляется во время проведения модульной контрольной работы. Перед контрольной работой студент должен выбрать уровень сложности контрольной работы и соответствующее количество баллов, которое он может заработать (табл. 1.3).

Контрольная работа включает в себя тестовые задания для проверки теоретических знаний и дополнительные задания для проверки умений студентов решать задачи, а также проверку знаний логики вывода физических формул и соотношений. Если студент выбрал какой-либо уровень и не набрал минимальное количество баллов, соответствующее этому уровню, то контрольная работа ему не засчитывается.

Если студент не написал контрольную работу на минимум баллов до окончания триместра, он должен выполнить ее на дополнительном занятии согласно графику консультаций преподавателя. Повышение баллов за контрольную работу возможно только на экзамене.

Таблица 1.3

Уровень	Баллы	Количество тестовых вопросов (1 правильный ответ = 1 баллу)	Дополнительные задания	Баллы за дополнительные задания
A	40…45	25 тестовых вопросов	+ 2 задачи	2x10 баллов = 20 баллов
B	35…40	25 тестовых вопросов	+ 1 задание; + 2 задачи	+ 5 баллов + 2x5 баллов = 10 + 5 = 15 баллов
D,C	30…35	25 тестовых вопросов	+ 2 задачи	2x5 баллов = 10 баллов
E	25…30	30 тестовых вопросов	–	–

Если студент не написал контрольную работу на минимум баллов после окончания триместра, материал контрольной работы выносится на экзамен.

Результаты рейтинговой оценки знаний студентов представлены в таблице 1.4.

Таблица 1.4 – Результаты изучения модуля

Основные контрольные точки, которые сдал студент	Минимальное количество набранных баллов	Максимальное количество набранных баллов	Права и обязанности студента
Не все лаб. раб.	< 30 баллов	–	Обязан сдать все лабораторные работы
Все лаборатор-ные работы	30 баллов	–	Студент допущен к сдаче этого моду-ля на экзамене
Все лаборатор-ные работы и модульную кон-трольную работу	55 баллов	100 баллов	Студент имеет пра-во получить «авто-мат» на экзамене или повысить свой рейтинг путем пе-реписывания соот-ветствующей мо-дульной контроль-ной работы на экза-мене

2 ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ

2.1 Основные понятия и законы

2.1.1 Кинематика поступательного движения

Механическое движение – изменение положения тел или их частей относительно друг друга с течением времени.

Механическая система – совокупность тел, выделенная для рассмотрения. Какие тела следует включать в систему, зависит от характера решаемой задачи. В частном случае система может состоять из одного единственного тела.

Основная задача механики – заключается в том, чтобы, зная состояние механической системы в начальный момент времени t_0, определить её состояние во все последующие моменты времени t.

Материальная точка – тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Абсолютно твердое тело – тело, у которого расстояние между любыми двумя точками остается постоянным при действии на него других тел. Эта модель используется в тех случаях, когда можно пренебречь изменением размеров и формы тела.

Абсолютно неупругое тело – тело, полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.

Абсолютно упругое тело – тело, которое после прекращения действия внешних сил восстанавливает свои первоначальные размеры и форму. Деформация такого тела подчиняется закону Гука.

Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Система отсчета – совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов, отсчитывающих время.

Тело отсчета – произвольно выбранное тело, с которым связывают начало системы координат и по отношению к которому определяется положение тел рассматриваемой механической системы.

Траектория – линия, которую описывает движущаяся материальная точка.

Длина пути S (путь) – длина участка траектории, пройденного материальной точкой. Путь является скалярной функцией времени.

Радиус-вектор материальной точки $\vec{r}$ – вектор, проведенный из начала координат в точку пространства, в которой находится материальная точка (рис. 2.1). Проекции радиус-вектора на оси координат равны координатам x, y, z материальной точки.

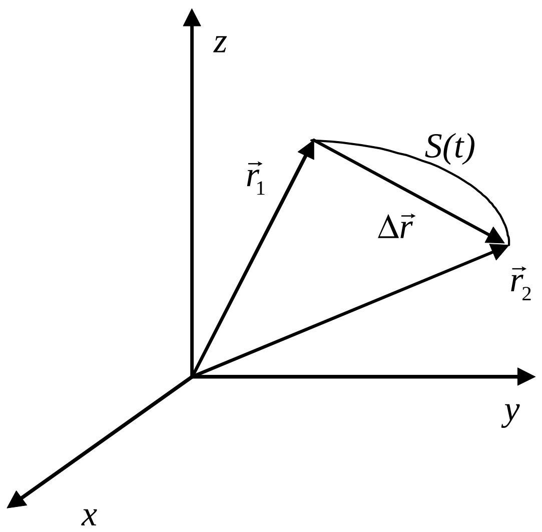


Рисунок 2.1 – Понятие пути и перемещения

Перемещение – вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, проведенный из начального положения движущейся точки в её конечное положение.

Средней скоростью точки называется вектор $\langle\vec{v}\rangle$, равный отношению перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени *Δt*, за который это перемещение произошло:

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \tag{2.1}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением вектора $\Delta\vec{r}$.

Мгновенная скорость – вектор $\vec{v}$, равный первой производной радиус-вектора $\vec{r}$ материальной точки по времени *t*:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{2.2}$$

Мгновенная скорость дает скорость в данной точке траектории и направлена по касательной к траектории в сторону движения. Модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}. \tag{2.3}$$

Вектор $\vec{v}$ можно представить в виде

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}\,, \quad .... \qquad .(2.4)$$

где v_x, v_y, v_z – проекции вектора скорости на оси координат;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты декартовой системы координат.

Проекции вектора скорости вычисляются как первые производные соответствующих координат по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \qquad (2.5)$$

Формулы (2.5) можно понимать как развернутую запись векторного уравнения (2.2). Модуль вектора скорости также можно вычислить по формулам:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\,. \qquad (2.6)$$

При *равномерном движении* точки остается постоянным модуль ее скорости v. Если модуль вектора скорости точки изменяется с течением времени, то такое движение точки называется неравномерным.

Неравномерное движение точки называется *ускоренным*, если в процессе движения модуль скорости точки увеличивается ($\frac{dv}{dt} > 0$). Если же $\frac{dv}{dt} < 0$, то движение точки называется *замедленным*.

Ускорение – вектор $\vec{a}$, равный первой производной по времени t вектора скорости $\vec{v}$ материальной точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \qquad (2.7)$$

или из уравнения (2.2) получаем:

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (2.8)$$

Проекции вектора ускорения на оси координат вычисляются по формулам:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \qquad (2.9)$$

В случае криволинейного движения вектор ускорения $\vec{a}$ удобно представить в виде

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n; \tag{2.10}$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}, \quad \vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}. \tag{2.11}$$

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ описывает изменение величины (модуля) скорости и направлено по касательной к траектории (рис. 2.2). Нормальное ускорение $\vec{a}_n$ характеризует изменение направления вектора скорости и направлено к центру кривизны траектории (рис. 2.2). В формулах (2.11) $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательный к траектории движения, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали, R – радиус кривизны траектории в данной точке. Модуль полного ускорения можно вычислить по формуле

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,. \tag{2.12}$$

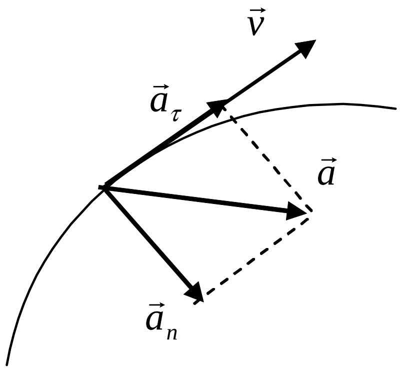


Рисунок 2.2 – Ускорение и его составляющие

По известному ускорению материальной точки можно найти мгновенную скорость:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int \vec{a}(t)dt, \qquad 13)$$

где $\vec{v}_0$ – начальная скорость (скорость в момент начала наблюдения).

Интегрируя уравнение (2.2), получаем зависимость радиус-вектора материальной точки от времени:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int \vec{v}(t)dt, \tag{2.14}$$

где $\vec{r}_0$ – радиус вектор начального положения материальной точки.

Отметим, что формулы (2.13)…(2.14) представляют собой сокращенную запись скалярных уравнений для проекций соответствующего вектора. Например, уравнение (2.14) представляет собой 3 уравнения для координат материальной точки:

$$x = x_0 + \int v_x(t)dt,$$

$$y = y_0 + \int v_y(t)dt,$$

$$z = z_0 + \int v_z(t)dt.$$

Формулы (2.13)…(2.14) решают основную задачу механики в рамках кинематики.

Классификация движения в зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения представлена в таблице 2.1.

Таблица 2.1

a_τ	a_n	Движение
0	0	Прямолинейное равномерное
$a_\tau = a = const$	0	Прямолинейное равноускоренное
$a_\tau = f(t)$	0	Прямолинейное с переменным ускорением
0	$const$	Равномерное по окружности
0	$\neq 0$	Криволинейное равномерное
$const$	$\neq 0$	Криволинейное равноускоренное
$a_\tau = f(t)$	$\neq 0$	Криволинейное с переменным ускорением

Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси X :

$$x = x_0 + vt,$$

где x_0 – начальная координата;

t – время.

Путь и скорость для равнопеременного движения:

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2};$$

$$v = v_0 \pm at.$$

Длина пути, пройденного материальной точкой за промежуток времени от t_1 до t_2,

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt.$$

Частными случаями равнопеременного движения являются свободное падение и движение тела, брошенного под углом к горизонту.

Свободное падение – движение тела без начальной скорости в поле силы тяжести под действием ускорения свободного падения $\vec{g}$.

Путь, пройденный телом в свободном падении при $\vec{v}_0 = 0$,

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Скорость тела в произвольный момент времени t

$$\vec{v} = \vec{g}t.$$

Модуль скорости тела при падении с высоты *h*

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Движение тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью $\vec{v}_0$ с высоты *h*, рассматривают как комбинацию двух движений (рис. 2.3):

- горизонтальное (равномерное) со скоростью $\vec{v}_0$;
- вертикальное свободное падение (равноускоренное с ускорением $\vec{g}$):

$$x = v_0 t;$$

$$y = \frac{gt^2}{2}.$$

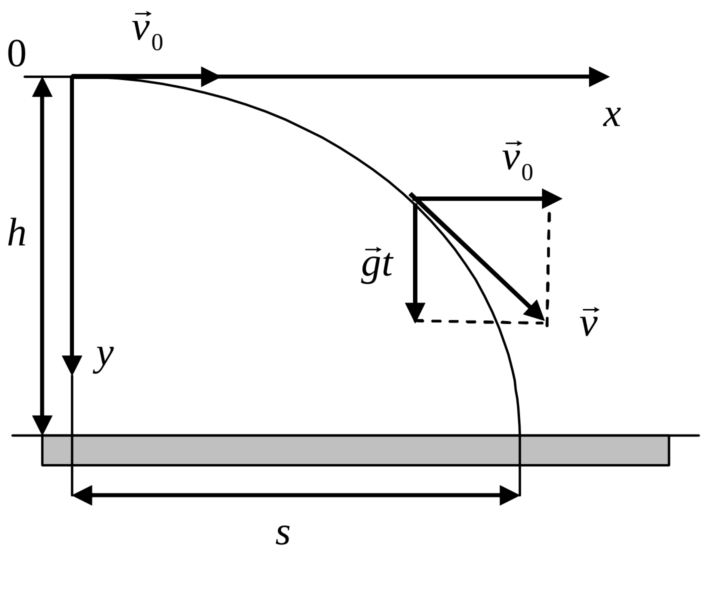


Рисунок 2.3 – Движение тела, брошенного горизонтально

Уравнение траектории тела – парабола:

$$y = \frac{g}{2v_0} x^2 .$$

Горизонтальная дальность полёта

$$s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} .$$

Мгновенная скорость и ее модуль в каждой точке траектории:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t ;$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} .$$

Т. к. *движение тела, брошенного под углом* α *к горизонту* (рис. 2.4) с начальной скоростью $\vec{v}_0$, можно рассматривать как комбинацию двух движений – горизонтального (равномерного) движения со скоростью $\vec{v}_x$ и движения тела, брошенного вертикально вверх со скоростью $\vec{v}_y$, то проекции скорости в любой момент времени при подъеме до верхней точки траектории равны:

$$v_x = v_0 \cos\alpha , \; v_y = v_0 \sin\alpha - gt .$$

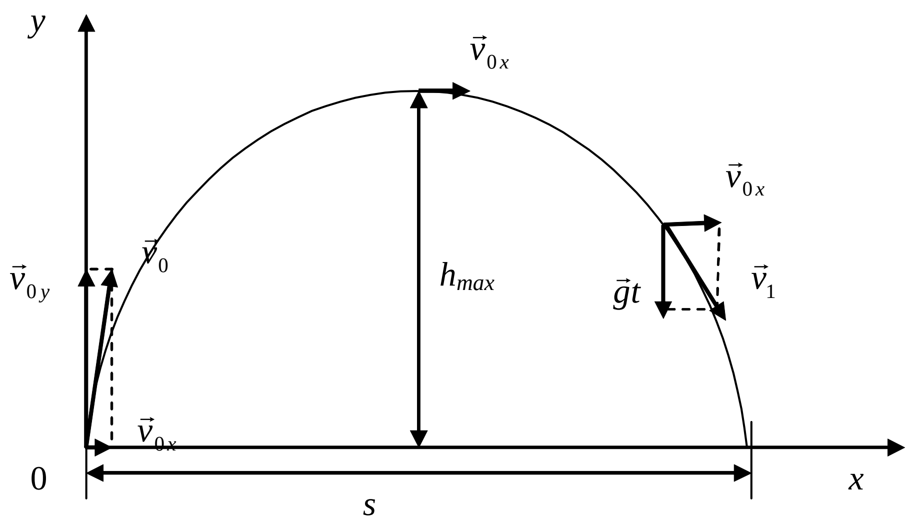


Рисунок 2.4 – Движение тела, брошенного под углом α *к горизонту*

Модули мгновенной скорости в каждой точке траектории при спуске и подъеме примут значения:

$$v_n = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} ,$$

$$v_{сп} = \sqrt{v_{0x}^2 + (gt)^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + g^2 t^2} \, ,$$

причем $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ и $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ – проекции начальной скорости на оси координат.

Время подъема тела можно найти, учитывая, что в максимальной точке подъема вертикальная составляющая скорости равна нулю:

$$v_y = 0 \, ;$$

$$0 = v_0 \sin\alpha - gt_n \, ;$$

$$t_n = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \, .$$

Т. к. время подъема равно времени падения, то общее время движения равно:

$$t_{общ} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \, .$$

Дальность полета можно найти, воспользовавшись законами равномерного движения тела вдоль оси *x*:

$$s = v_{0x} t_{общ} = v_0 t_{общ} \cos\alpha \, ;$$

$$s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \, .$$

Максимальную высоту подъема можно найти, воспользовавшись законами равнозамедленного движения вдоль оси *y*:

$$h = v_{0y} t_n - \frac{g t_n^2}{2} = v_0 t_n \sin\alpha - \frac{g t_n^2}{2} \, ;$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \, .$$

2.1.2 Кинематика вращательного движения

Если некоторая точка движется по окружности радиуса *R* (рис. 2.5), то ее положение задают вектором $d\vec{\varphi}$, который называется углом поворота. Модуль вектора $d\vec{\varphi}$ равен углу, на который поворачивается радиус R, задающий положение точки на окружности, а направление вектора $d\vec{\varphi}$ совпадает с направлением оси вращения. Отметим, что направление оси вращения согласовано с направлением вращения правилом правого винта. Поэтому вектор $d\vec{\varphi}$ – псевдовектор.

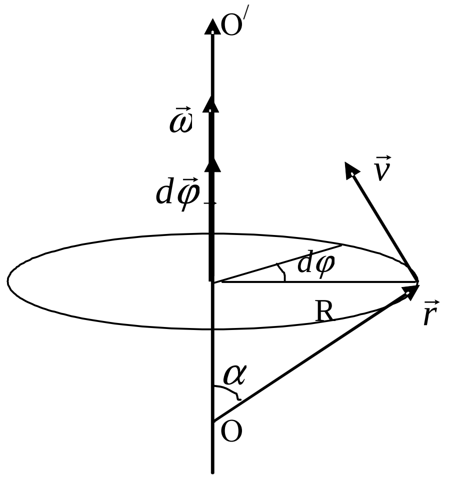


Рисунок 2.5 – Вращательное движение. Угол поворота. Угловая скорость

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \tag{2.15}$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен по оси вращения, т. е. так же, как и вектор $d\vec{\varphi}$. Линейная скорость точки $\vec{v}$ связана с угловой скоростью соотношением

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\,\vec{r}], \tag{2.16}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки. Из формулы (2.16) получаем:

$$v = \omega\, r \sin\alpha = \omega R,$$

где R – радиус окружности, по которой вращается точка, α – угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и осью вращения (см. рис. 2.5). Если $\vec{\omega} = const$, то такое движение называют равномерным движением по окружности. Для описания равномерного движения по окружности вводят такие характеристики, как период обращения и частота вращения.

Период обращения – время, за которое точка совершает один полный оборот:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{2.17}$$

Частота вращения – число полных оборотов, совершаемых точкой за единицу времени:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \tag{2.18}$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \tag{2.19}$$

Тангенциальное ускорение связано с угловым ускорением соотношением

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \tag{2.20}$$

Нормальное ускорение при вращении по окружности можно вычислить по формуле

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R. \tag{2.21}$$

При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси траектории движения всех точек тела – окружности. Поэтому угловые кинематические величины используют для описания вращения твердого тела.

2.2 Таблица формул

Основные формулы раздела можно записать в таблицу 2.2.

Таблица 2.2

Формула	Название формулы	Название величин в формуле
1	*2*	*3*
$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$,	Понятие перемещения материальной точки	$\vec{r}_2$ – радиус-вектор конечного положения мат. точки; $\vec{r}_1$ – радиус-вектор начального положения мат. точки

Продолжение таблицы 2.2

1	2	3
$\langle v\rangle = \frac{s}{t}$	Средняя скорость материальной точки	s – путь, пройденный материальной точкой за время t
$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Мгновенная скорость материальной точки	$\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки; t – время
$v = \frac{ds}{dt}$	Модуль мгновенной скорости	s – путь; t – время
$v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$, $v_z = \frac{dz}{dt}$,	Проекции мгновенной скорости на оси декартовой системы	x, y, z координаты материальной точки; t – время
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2}$	Разложение мгновенной скорости материальной скорости по векторам базиса прямоугольной декартовой системы координат	v_x, v_y, v_z – проекции вектора скорости на оси координат
$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	Мгновенное ускорение материальной точки	$\vec{v}$ – мгновенная скорость; $\vec{r}$ – радиус-вектор; t – время
$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$,	Проекции вектора ускорения на соответствующие оси координат	v_x, v_y, v_z – проекции вектора скорости на соответствующую ось координат; x, y, z – координаты материальной точки; t – время
$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}$	Тангенциальное ускорение	v – модуль мгновенной скорости; $\vec{\tau}$ – единичный вектор, касательный к траектории движения; t – время

Продолжение таблицы 2.2

1	2	3
$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$	Нормальное ускорение	v – скорость движения материальной точки; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали; R – радиус кривизны траектории в данной точке
$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$	Полное ускорение материальной точки при криволинейном движении	$\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение; $\vec{a}_n$ – нормальное ускорение
$x = x_0 + v_x t$	Зависимость координаты от времени при равномерном движении материальной точки	x – координата в момент времени t; x_0 – начальная координата; v_x – проекция скорости материальной точки; t – время
$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$, $v = v_0 \pm at$	Зависимость координаты от времени и скорости от времени для равнопеременного движения	s – путь; v_0 – начальная скорость материальной точки; v – скорость в момент времени t; a – ускорение, знак «+» берется при равноускоренном движении, а «–» – при равнозамедленном
$s = \int_0^t v d\tau$	Зависимость пути от времени	v – скорость материальной точки; t – время
$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int \vec{a}(t)dt$	Зависимость скорости от времени	$\vec{v}_0$ – начальная скорость; $\vec{a}$ – ускорение; t – время
$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int \vec{v}(t)dt$	Зависимость радиус-вектора от времени	$\vec{r}_0$ – радиус-вектор начального положения материальной точки; $\vec{v}$ – скорость; t – время
$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	Угловая скорость	$\vec{\varphi}$ – угол поворота; t – время

Продолжение таблицы 2.2

1	2	3
$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}]$, $v = \varpi R \sin(\vec{\varpi} \wedge \vec{R})$	Связь линейной скорости с угловой	$\vec{v}$ – линейная скорость; $\vec{\omega}$ – угловая скорость; $\vec{r}$ – радиус-вектор; α – угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и осью вращения
$T = \dfrac{2\pi}{\varpi}$	Период обращения	ω – угловая скорость
$n = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\varpi}{2\pi}$	Частота вращения	T – период обращения; ω – угловая скорость
$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\varpi}}{dt}$	Угловое ускорение	$\vec{\omega}$ – угловая скорость; t – время
$a_\tau = \dfrac{dv}{dt} = R\varepsilon$, $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \varpi^2 R$	Тангенциальное и нормальное ускорение при вращательном движении	R – радиус окружности; ε – угловое ускорение; ω – угловая скорость; v – линейная скорость
$\varpi = \varpi_0 \pm \varepsilon t$, $\varphi = \varpi_0 t \pm \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$	Зависимость угловой скорости и угла поворота от времени при равнопеременном движении по окружности	ω – мгновенная угловая скорость; ω_0 – начальная угловая скорость; ε – угловое ускорение; t – время; φ – угол поворота. Знак «+» в формулах берется при равноускоренном движении, «–» – при равнозамедленном движении

2.3 Вопросы для самоподготовки

1 Предмет физики. Материя. Движение, пространство, время как формы существования материи [1, с. 4 – 5].

2 Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория [4, с. 11 – 16].

3 Роль физики в развитии техники и влияние достижений техники на развитие физики [1, с. 4 – 5].

4 Связь физики с философией, математикой и другими науками [2, с. 4 – 6].

5 Механика и ее место в физике. Механическое движение. Система отсчета [1, с. 6 – 9].

6 Векторный, координатный и естественный методы изучения движения материальной точки [4, с. 11 –14].

7 Поступательное движение. Кинематические характеристики поступательного движения и связь между ними. Путь, перемещение, скорость, ускорение [5, с. 6 – 9; 6, с. 6 – 9]. Образец: [5, с. 4 – 10; 6, с. 15].

8 Равномерное и равнопеременное движения. Кинематические уравнения этих движений. Графическое описание [1, с. 8 –9].

9 Криволинейное движение. Ускорение в криволинейном движении. Тангенциальное и нормальное ускорения. Вывод формулы для вычисления тангенциального, нормального и полного ускорения материальной точки [1, с. 8 –9].

10 Зависимость скорости от времени и координаты от времени для равнопеременного поступательного движения (вывод формулы) [5, с. 12].

11 Кинематика вращательного движения. Угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение [5, с. 13 –17].

12 Связь угловых и линейных характеристик при криволинейном движении. Получить формулы связи тангенциальной и нормальной составляющих ускорений с угловыми характеристиками при вращательном движении [5, с. 13 –17].

13 Получить формулы зависимости угловой скорости от времени и угла поворота от времени для равнопеременного движения по окружности [5, с. 13 –17].

2.4 Литература

1 **Трофимова, Т.И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1990 – 541 с. – ISBN 5-06-003634-0.

2 **Детлаф, А.А.** Курс физики : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 3-е изд., испр. – М. : Высшая школа, 2001. – 718 с. : ил. – ISBN 5-06-003556-5.

3 **Савельев, Й.В.** Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика : учебное пособие/ Й. В. Савельев. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 432 с.

4 **Бушок, Г.Ф.** Курс фізики : навч. посібник. У 2 кн. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – К. : Либідь, 2001. – 448 с. – ISBN 966-06-0084-4.

5 **Тулупенко, В.М.** Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка : курс лекцій з дисципліни «Фізика»/ В. М. Тулупенко, В. Г. Білих, Р. В. Баржеєв. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – 104 с. – ISBN 978-966-379-119-7.

6 **Тулупенко, В.Н.** Механика. Молекулярная физика. Термодинамика : курс лекций по дисциплине «Физика» / В. Н. Тулупенко, В. Г. Белых, Р. В. Баржеев. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 108 с. – ISBN 979-966-379-120-3.

2.5 Тестовые задания для самоконтроля

1 Путем называется:

а) длина траектории;

б) вектор, соединяющий начальное положение точки и последующее;

в) расстояние от начала координат до точки, в которой находится тело в данный момент времени.

2 Материальная точка – это:

а) тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь;

б) тело, размерами и массой которого можно пренебречь;

в) тело, массой которого можно пренебречь.

3 Механическое движение – это:

а) перемещение тел или их частей друг относительно друга;

б) движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему начальному положению;

в) перемещение тел в гелиоцентрической системе отсчета, т. е. в системе отсчета, связанной с Солнцем.

4 Совокупность тел, выделенная для рассмотрения, называется:

а) системой отсчета;

б) механической системой;

в) гелиоцентрической системой.

5 Основная задача механики заключается в том, чтобы:

а) определить зависимость $x(t)$;

б) зная состояние системы в некоторый начальный момент времени t_0 и законы движения, определить состояние системы во все последующие моменты времени t;

в) зная состояние системы в моменты времени t_1 и t_0, определить причины изменения состояния системы.

6 Тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя любыми точками (частицами) этого тела остается постоянным, называется:

а) идеальным телом;

б) абсолютно твердым телом;
в) материальной точкой.

7 Движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению, называется:
а) механическим движением;
б) поступательным движением;
в) параллельным движением.

8 Вращательное движение – это движение:
а) при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой;
б) при котором тело движется вокруг одной точки;
в) при котором все точки тела движутся по одинаковым траекториям.

9 Телом отсчета может быть:
а) произвольно выбранное тело, по отношению к которому определяется положение материальной точки;
б) тело, которое находится в начале координат;
в) Солнце или Земля.

10 Система отсчета представляет собой:
а) декартовы оси координат;
б) совокупность неподвижных друг относительно друга тел и часов, отсчитывающих время;
в) декартовы оси координат и часы.

11 Радиус-вектор – это:
а) вектор, соединяющий начало координат и положение точки в момент времени t;
б) вектор, соединяющий положение точки в моменты времени t_n и t_{n+1};
в) вектор, равный по модулю пути, пройденному точкой.

12 Перемещение – это:
а) длина траектории;
б) вектор, соединяющий начало координат и положение точки в момент времени t;
в) вектор, проведенный из начального положения движения точки в положение ее в данный момент времени.

13 Скорость материальной точки – это:

а) скалярная величина, равная быстроте изменения пути по времени;

б) векторная величина, равная быстроте изменения перемещения по времени;

в) величина, равная частному от деления пути на время.

14 Выберите верную запись:

а) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$;

б) $v = st$;

в) $v = \dfrac{dr}{ds}$.

15 Модуль мгновенной скорости равен:

а) скорости света;

б) производной пути по времени;

в) пути, пройденному за время t, деленному на это время t.

16 Величина, равная s/t, где s – путь, пройденный телом за время t, называется:

а) мгновенной скоростью;

б) перемещением;

в) средней путевой скоростью.

17 При равномерном движении:

а) перемещение материальной точки есть величина постоянная;

б) модуль скорости материальной точки есть величина постоянная;

в) модуль ускорения материальной точки есть величина постоянная.

18 При равномерном движении:

а) перемещение равно нулю;

б) скорость равна нулю;

в) ускорение равно нулю.

19 Если модуль вектора скорости изменяется с течением времени, то такое движение называется:

а) равномерным;

б) неравномерным;

в) вращательным.

20 Если модуль скорости увеличивается ($\frac{dv}{dt} > 0$), то движение называется:

а) ускоренным;
б) равномерным;
в) тангенциальным.

21 Если модуль скорости уменьшается ($\frac{dv}{dt} < 0$), то движение называется:

а) замедленным;
б) равномерным;
в) потенциальным.

22 Величина, равная первой производной от скорости по времени, называется:

а) мгновенной скоростью;
б) перемещением;
в) ускорением.

23 Траекторией материальной точки называется:

а) линия, описываемая этой точкой при движении в пространстве;
б) вектор, соединяющий начальное и последующее положения материальной точки в пространстве;
в) длина участка пути, пройденного материальной точкой.

24 Выберите верное выражение:

а) $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$;
б) $\vec{a} = \frac{d^2v}{dt^2}$;
в) $da = \frac{dv}{dt}$.

25 Верным является выражение:

а) $v = \int rdt$;
б) $v = \int adt$;
в) $s = \int adt$.

26 Неверным является выражение:

а) $a = \int v dt$;

б) $v = \int a dt$;

в) $r = \int v dt$.

27 Верным является выражение:

а) $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$;

б) $\vec{a} = \dfrac{\vec{a}_\tau}{\vec{a}_n}$;

в) $|\vec{a}| = |\vec{a}_\tau|$.

28 В выражении $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, $\vec{a}_\tau$ *– это:*

а) нормальное ускорение;

б) тангенциальное ускорение;

в) полное ускорение.

29 В выражении $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, $\vec{a}_n$ *– это:*

а) нормальное ускорение;

б) тангенциальное ускорение;

в) полное ускорение.

30 Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ *определяет:*

а) быстроту изменения модуля скорости материальной точки;

б) быстроту изменения направления скорости материальной точки;

в) быстроту изменения перемещения материальной точки.

31 Нормальное ускорение $\vec{a}_n$ *определяет:*

а) быстроту изменения модуля скорости материальной точки;

б) быстроту изменения направления скорости материальной точки;

в) быстроту изменения перемещения материальной точки.

32 Выберите верное выражение:

а) $\vec{a}_\tau = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}$;

б) $\vec{a}_\tau = \dfrac{dv}{dt}\vec{n}$;

в) $\vec{a}_\tau = \dfrac{d\vec{\tau}}{dt}$.

33 Выберите верное выражение:

а) $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$;

б) $\vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\vec{n}$;

в) $\vec{a}_n = \frac{d\vec{n}}{dt}$.

34 Поступательное движение называется равнопеременным, если:

а) $a_\tau = const$, $a_n = 0$;

б) $a_n = const$, $a_\tau = 0$;

в) $v = const$.

35 ***При равнопеременном поступательном движении:***

а) модуль скорости точки изменяется на одинаковые величины;

б) модуль перемещения точки изменяется на одинаковые величины;

в) модуль ускорения точки изменяется на одинаковые величины.

36 Механической системой называется:

а) совокупность тел, выделенных для рассмотрения;

б) тело отсчета и часы;

в) совокупность неподвижных тел.

37 Для равноускоренного поступательного движения:

а) $a_\tau > 0, a_n = 0;$

б) $a_n > 0, a_\tau = 0;$

в) $a_\tau = 0, a_n = 0.$

38 Для равнозамедленного поступательного движения:

а) $a_n < 0\ a_\tau = 0;$

б) $a_\tau < 0\ a_n = 0;$

в) $a_\tau = 0\ a_n = 0.$

39 Выберите наиболее верную формулировку принципа суперпозиции в механике:

а) произвольное сложное движение может быть представлено в виде суперпозиций более простых, независимых друг от друга движений;

б) произвольное сложное движение может быть представлено как суперпозиция вращательного и поступательного движений;

в) любое движение можно свести к поступательному либо вращательному движению.

40 Выберите верное выражение:

а) $d\varphi = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$;

б) $\vec{\varphi} = \int \vec{\varepsilon} dt$;

в) $\vec{\varphi} = \int \vec{\omega} dt$.

41 Для равноускоренного поступательного движения зависимость скорости от времени определяется соотношением:

а) $v = v_0 + at$;

б) $v = v_0 - at$;

в) $v = v_0 + \dfrac{at^2}{2}$.

42 Для равнозамедленного поступательного движения зависимость скорости от времени определяется соотношением

а) $v = v_0 + at$;

б) $v = v_0 - at$;

в) $v = v_0 - \dfrac{at^2}{2}$.

43 Для равномерного поступательного движения верным является соотношение:

а) $s = vt$;

б) $v = v_0 + at$;

в) $v = v_0 + \dfrac{at^2}{2}$.

44 Для равноускоренного поступательного движения верным является соотношение:

а) $x = x_0 + vt + \dfrac{at^2}{2}$;

б) $x = x_0 + vt - \dfrac{at^2}{2}$;

в) $x = vt$.

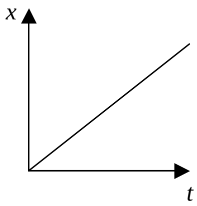
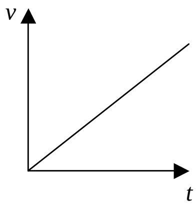
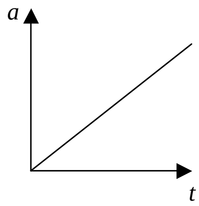
45 Для равнозамедленного поступательного движения верным является соотношение:

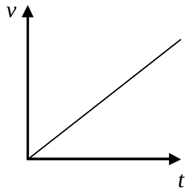
а) $x = x_0 - vt + \dfrac{at^2}{2}$;

б) $x = x_0 + vt - \dfrac{at^2}{2}$;

в) $x = -vt$.

46 Для равномерного поступательного движения верной является зависимость:

а)		б)		в)	

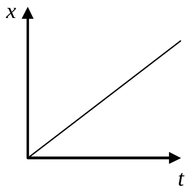


47 На графике показано поступательное движение, которое можно классифицировать как:

а) равноускоренное движение;
б) равнозамедленное движение;
в) равномерное движение.

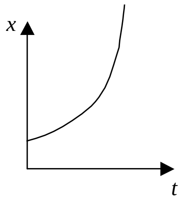
48 Выберите наиболее верную формулировку закона сохранения энергии:

а) полная механическая энергия системы тел, на которые действуют только консервативные силы, остается постоянной;
б) полная механическая энергия системы тел, на которые не действуют никакие силы, остается постоянной;
в) полная механическая энергия системы тел всегда остается постоянной.



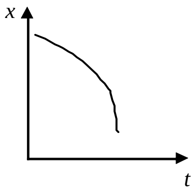
49 На графике показано поступательное движение, которое можно классифицировать как:

а) равноускоренное движение;
б) равнозамедленное движение;
в) равномерное движение.



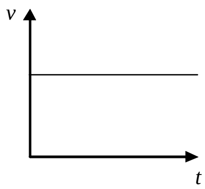
50 На графике показано поступательное движение, которое можно классифицировать как:

а) равноускоренное движение;
б) равнозамедленное движение;
в) равномерное движение.



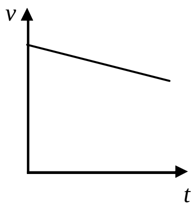
51 На графике показано поступательное движение, которое можно классифицировать как:

а) равноускоренное движение;
б) равнозамедленное движение;
в) равномерное движение.



52 На графике показано поступательное движение, которое можно классифицировать как:

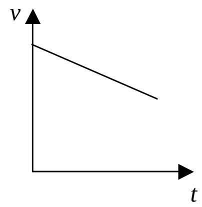
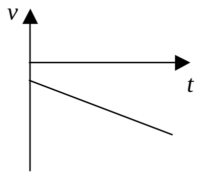
а) равноускоренное движение;
б) равнозамедленное движение;
в) равномерное движение.



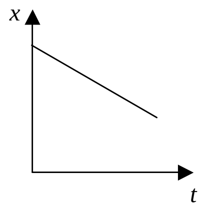
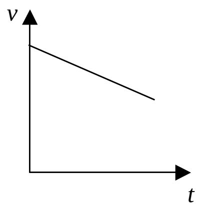
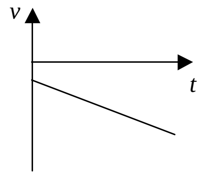
53 На графике показано поступательное движение, которое можно классифицировать как:

а) равноускоренное движение;
б) равнозамедленное движение;
в) равномерное движение.

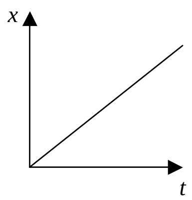
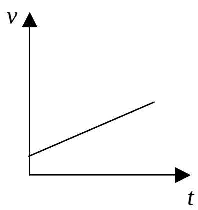
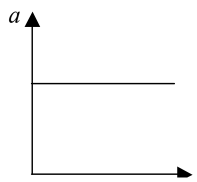
54 Равноускоренное поступательное движение описывается графиком:

а)		б)		в)	нет правильного ответа.

55 Равнозамедленное поступательное движение описывается графиком:

а)		б)		в)	

56 Равномерное поступательное движение описывается графиком:

а)		б)		в)	

57 Выберите верное выражение:

а) $\omega = vR\sin\alpha$;

б) $v = \varpi R\sin\alpha$;

в) $v = \omega R$.

58 Угол поворота – это величина:

а) векторная;

б) скалярная;

в) постоянная.

59 Угол поворота – это:

а) угол, на который повернется материальная точка за время *t* при вращательном движении;

б) вектор, равный по модулю углу, на который повернется материальная точка при вращательном движении;

в) вектор, равный изменению радиус-вектора при перемещении материальной точки за время *t*.

60 Направление вектора угла поворота можно определить:

а) по правилу буравчика;

б) всегда по часовой стрелке;

в) по касательной к окружности, по которой движется материальная точка.

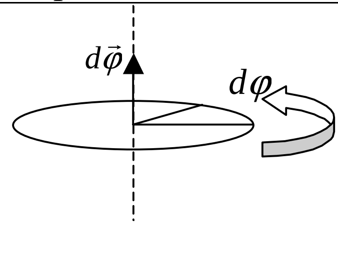
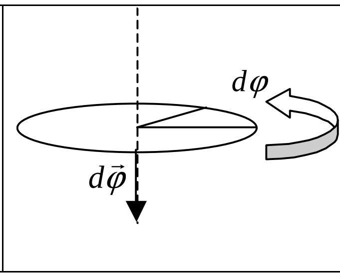
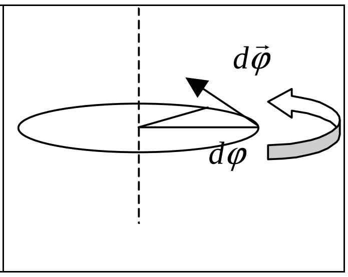
61 Для описания вращательного движения вводятся следующие понятия:

а) перемещение, скорость, ускорение;

б) окружность, касательная, тангенциальное ускорение;

в) угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение.

62 Укажите, на каком рисунке показано правильное направление угла поворота:

а)		б)		в)	

63 Угловая скорость – это:

а) быстрота изменения перемещения материальной точки по времени;

б) быстрота изменения угла поворота материальной точки по времени;

в) быстрота изменения радиус-вектора по времени.

64 Угловая скорость – это:

а) скалярная величина;

б) векторная величина, направление которой совпадает с направлением угла поворота;

в) векторная величина, направленная по касательной к траектории движения материальной точки.

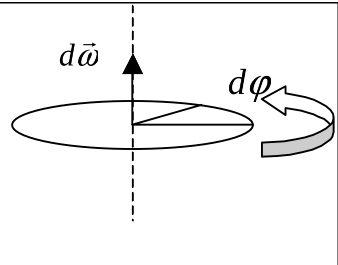
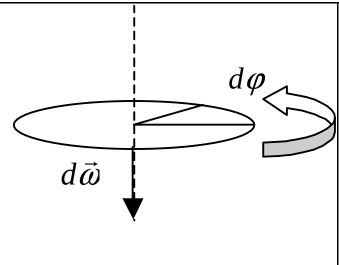
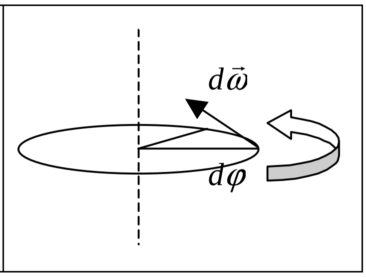
65 Направление угловой скорости определяется:

а) всегда по часовой стрелке;

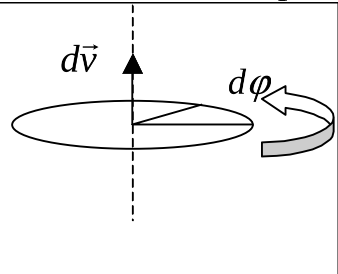
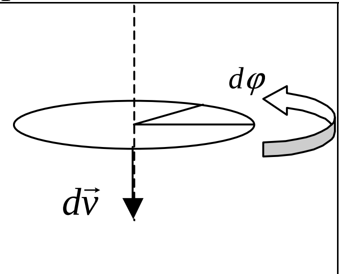
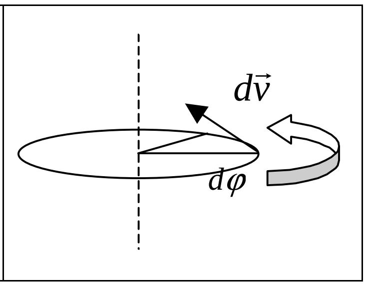
б) по касательной к окружности, по которой движется материальная точка;

в) по правилу правого винта.

66 Укажите верное направление угловой скорости:

а)		б)		в)	

67 Укажите верное направление линейной скорости:

а)		б)		в)	

68 Выберите верное выражение:

а) $\vec{\omega} = d\vec{\varphi}dt$;

б) $d\vec{\varphi} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$;

в) $\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

69 Угловая скорость измеряется в:

а) *м/с;*

б) *км/с;*

в) *рад/с.*

70 Линейная скорость материальной точки $\vec{v}$ *:*

а) не применяется к описанию вращательного движения;

б) определяется соотношением $\vec{v} = \dfrac{\vec{\omega}}{R}$;

в) определяется соотношением $\vec{v} = [\vec{\omega}; \vec{R}]$.

71 Периодом вращения называется:

а) время одного полного оборота материальной точки;

б) время 10 полных оборотов материальной точки;

в) количество оборотов в единицу времени.

72 Выберите верное выражение для периода T (N – количество оборотов):

а) *T = 10/N;*

б) *T = t/N;*

в) *T = 1/N.*

73 Выберите верное выражение для периода T (ω – угловая скорость):

а) $T = 2\pi/\omega$;

б) $T = \varphi/\omega$;

в) $T = 2\pi R/\omega$.

74 Число полных оборотов, совершаемых телом при его вращении, называется:

а) периодом;

б) частотой;

в) угловым ускорением

75 Частота измеряется в:

а) *с;*

б) *Гц;*

в) $1/c^2$.

76 Выберете верное выражение для частоты (ω – угловая скорость):

а) $\nu = \omega/2\pi$;

б) $\nu = 2\pi R/\omega$;

в) $\nu = (2\pi R)\omega$.

77 Направление частоты вращения:

а) совпадает с направлением движения материальной точки и направлена по касательной к окружности;

б) определяется по правилу правого винта;

в) частота не имеет направления.

78 Угловым ускорением называется:

а) первая производная угловой скорости по времени;

б) первая производная угла поворота по времени;

в) модуль частоты вращения.

79 Выберите верное выражение:

а) $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$;

б) $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$;

в) $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varepsilon}}{dt}$.

80 Направление углового ускорения:

а) совпадает с касательной к окружности движения материальной точки;

б) совпадает с направлением угла поворота и угловой скорости;

в) совпадает с осью вращения материальной точки и направлено в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости.

81 Тангенциальная составляющая ускорения связана с угловыми характеристиками, как:

а) $a_\tau = R\varepsilon$;

б) $a_\tau = \omega^2 R$;

в) $a_\tau = \dfrac{d\omega}{dt}$.

82 Нормальная составляющая ускорения связана с угловыми характеристиками, как:

а) $a_n = R\varepsilon$;

б) $a_n = \omega^2 R$;

в) $a_n = \dfrac{d\omega}{dt}$.

83 Движение материальной точки по окружности называется равномерным, если:

а) $\omega > 0$;

б) $\varepsilon > 0$;

в) $\varepsilon = 0$.

84 Для равномерного движения материальной точки по окружности:

а) $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$;

б) $\omega = \varepsilon t$;

в) $\omega = const$.

85 Движение материальной точки по окружности называется равноускоренным, если:

а) $a > 0$;

б) $\omega > 0$;

в) $\varepsilon > 0$.

86 Для равноускоренного движения материальной точки по окружности зависимость угловой скорости от времени определяется соотношением:

а) $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$;

б) $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$;

в) $\omega = const$.

87 Для равнозамедленного движения материальной точки по окружности зависимость угловой скорости от времени определяется соотношением:

а) $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$;

б) $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$;

в) $\omega = const$.

88 Для равноускоренного движения материальной точки по окружности зависимость угла поворота от времени определяется соотношением:

а) $\varphi = const;$

б) $\varphi = \omega t + \varepsilon t$;

в) $\varphi = \varphi_0 + \omega t + \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$.

89 Для равнозамедленного движения материальной точки по окружности зависимость угла поворота от времени определяется соотношением:

а) $\varphi = \varphi_0 - \omega t - \varepsilon t;$

б) $\varphi = \varphi_0 - \omega t - \varepsilon t^2$;

в) $\varphi = \varphi_0 + \omega t - \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$.

2.6 Особенности методики решения задач по кинематике

Задачи по кинематике можно условно разделить на шесть классов:

1 Прямолинейное равномерное движение, сложение скоростей

2 Средняя скорость

3 Графическое описание движения

4 Составление кинематических уравнений движения

5 Неравномерное движение, движение тел в поле силы тяжести (свободное падение; движение тела, брошенного вертикально вверх; движение тела, брошенного под углом к горизонту; движение тела, брошенного горизонтально)

6 Криволинейное движение, движение тела по окружности

2.6.1 Прямолинейное равномерное движение, сложение скоростей

1 Для решения задачи по кинематике надо знать закон (уравнение) движения точки, определяющий ее положение в любой момент времени. В случае равномерного прямолинейного движения такой закон выражается формулой

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}t\ .$$

Т. к. при этом модуль вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ точки равен пути *s*, то векторной записи соответствует скалярное уравнение

$$s = vt\ .$$

2 Часто в условии задают равномерное прямолинейное движение не одного, а нескольких (обычно двух) тел по отношению к системе отчета, связанной с Землей или иной системой отсчета. В таких случаях решение задачи упрощается, если рассматривать все движения в системе отсчета, связанной с одним из движущихся тел. При этом полезно иметь ввиду, что если тело А движется относительно тела В со скоростью $\vec{v}_1$, то, как это следует из относительности движения, тело В движется относительно тела А со скоростью $\vec{v}_2$, где

$$\vec{v}_2 = -\vec{v}_1\,.$$

3 Если материальная точка участвует в двух движениях, то ее перемещение $\Delta\vec{r}$ равно векторной сумме перемещений, полученных в каждом движении, независимо от того, последовательно или одновременно происходили эти движения:

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2\,.$$

Скорость точки в сложном движении равна векторной сумме её скоростей в отдельных случаях движения:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2\,.$$

2.6.2 Средняя скорость

При решении задач на среднюю скорость главное – не совершить распространенную ошибку нахождения средней скорости как среднего арифметического скорости на разных участках пути.

Средней путевой скоростью называется физическая величина, равная отношению общего пути, пройденного телом, ко времени его движения:

$$< v > = \frac{s_1 + s_2 + ... + s_n}{t_{общ}}.$$

2.6.3 Графическое описание движения

Зависимости кинематических характеристик (скорости, ускорения, пути, перемещения) от времени можно задавать с помощью графиков зависимостей этих величин от времени. При этом вид графика должен соответствовать типу движения материальной точки и соответствующему кинематическому уравнению движения (равномерное, равноускоренное, равнопеременное и т. д.).

При этом следует помнить, что перемещение есть величина векторная, а, следовательно, при изменении направления движения точки модуль перемещения может уменьшаться. Путь же является скалярной величиной, а, значит, значение пройденного пути никогда не может уменьшаться, а только увеличиваться.

2.6.4 Составление кинематических уравнений движения

При решении задач на нахождение зависимостей одних кинематических характеристик (скорости, ускорения и перемещения) от времени по заданным другим зависимостям от времени следует полагаться на определение этих величин через производные соответствующих функций.

Например, по определению, скорость – это первая производная от перемещения (пути) материальной точки по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Соответственно, длину пути можно найти как интеграл от функции скорости в заданном промежутке времени:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt.$$

2.6.5 Неравномерное движение, движение тел в поле силы тяжести (свободное падение; движение тела, брошенного вертикально вверх; движение тела, брошенного под углом к горизонту; движение тела, брошенного горизонтально)

Среди задач на неравномерное (переменное) движение большую группу составляют задачи на движение точки с постоянным ускорением $\vec{a}$. Если при этом векторы ускорения $\vec{a}$ и начальной скорости $\vec{v}_0$ лежат на одной прямой, то движение будет прямолинейным. В противном случае точка движется по кривой (параболе) в плоскости, содержащей эти векторы. Движение с постоянным ускорением $\vec{a}$ происходит, в частности, под действием силы тяжести. Когда сопротивление воздуха пренебрежимо мало, все тела падают вблизи Земли с одинаковым ускорением, направленным вертикально вниз и равным $g = 9{,}8$ *м/с*^{2}.

Как в прямолинейном, так и в криволинейном движениях с постоянным ускорением скорость $\vec{v}$ точки и ее перемещение $\Delta\vec{r}$ определяются формулами:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

Основным методом решения такого типа задач является аналитический метод, при котором от векторной формы записей уравнений переходят к скалярной. Для этого выбирают прямоугольную систему координат с осями *Ox, Oy*, лежащими в плоскости, в которой движется частица. Проектируя все векторы на оси координат и учитывая, что проекция суммы векторов равна сумме их проекций, получают четыре скалярных уравнения, соответственно, для осей *Ox* и *Oy*:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t, \\ \Delta x = v_{0x} t + \dfrac{a_x t^2}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} + a_y t, \\ \Delta y = v_{0y} t + \dfrac{a_y t^2}{2}. \end{cases}$$

Решение задачи сводится к решению соответствующей системы уравнений.

Выбор осей определяется условием конкретной задачи. При этом надо стремиться к тому, чтобы часть проекций оказалась равной нулю и уравнения упростились бы. Обычно начало координат совмещают с положением точки в начальный момент времени, т. е. полагают $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, а одну из осей, например, Oy, направляют вдоль вектора $\vec{a}$. Тогда $a_x = 0$, $a_y = a$.

Знаки всех проекций, входящих в полученные уравнения, определяются правилом: если вектор образует с направлением оси проекций острый угол, его проекция положительна, если этот угол тупой – проекция отрицательна. Если направление искомого вектора заранее неизвестно, то поступают так. Предполагают некоторое направление этого вектора и записывают в уравнениях его проекции со знаками, соответствующими выбранному направлению. Если в ответе получен положительный знак, то составляющая вектора вдоль соответствующей оси направлена так, как было предположено, отрицательный знак говорит об обратном.

2.6.6 Криволинейное движение, движение тела по окружности

Поскольку угловое перемещение $\vec{\varphi}$, угловая скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ связаны между собой так же, как и соответствующие им линейные величины $\Delta\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$, методы решения задач на вращательное движение твёрдого тела во многом совпадают с методами решения задач на поступательное движение. Это относится, прежде всего, к задачам на равнопеременное вращательное движение тела вокруг неподвижной оси, которое описывается формулами:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon}t,$$

$$\vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2}.$$

Знак φ определяется направлением поворота тела за время t, а знаки ω, ω_0 – направлением вращения тела в соответствующие моменты времени. Величины ω и ε имеют одинаковые знаки при ускоренном вращении и противоположные – при замедленном. Приступая к решению задачи, можно любое из двух направлений вращения – по часовой стрелке или против – принять за положительное.

Если тело одновременно участвует в двух вращательных движениях с угловыми скоростями $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ относительно двух пересекающихся осей, то результирующее движение будет также вращательным с угловой скоростью

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2.$$

Следует помнить, что направления вектора угловой скорости и вращения тела связаны правилом правого винта.

2.7 Примеры решения задач

1 Самолет летит от пункта А до пункта В, расположенного на расстоянии *l = 300 км* к востоку. Найти продолжительность полёта t, если: а) ветра нет; б) ветер дует с юга на север; в) ветер дует с запада на восток. Скорость ветра *u = 20 м/с*, скорость самолета относительно воздуха *v_0 = 600 км/ч*.

Дано:	**СИ:**
l = 300 км	$3 \cdot 10^5$ м
u = 20 м/с	
v_0 = 600 км/ч	167 м/с
t – ?	

Решение

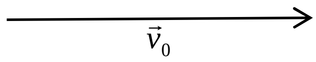


Рисунок 2.6

а) Если ветра нет, то движение самолета является равномерным, со скоростью v_0 = 600 км/ч ≈ ≈ 167 м/с.

Значит, время движения можно рассчитать так:

$$t = \frac{l}{v_0}.$$

Вычислим:

$$t = \frac{300}{600} = 0{,}5\ (ч).$$

б) Если ветер дует с запада на восток, то скорость самолета будет равна векторной сумме ((рис. 2.7).

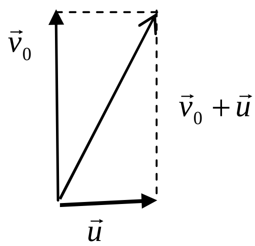


Рисунок 2.7

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u},$$

где v – скорость движения самолета относительно ветра;
u – скорость ветра;
v_0 – собственная скорость движения самолета.
По теореме Пифагора (см. рис. 2.7):

$$v^2 = v^2{}_0 + u^2,$$

причем

$$v = \frac{l}{t},$$

тогда

$$v_0{}^2 = \left(\frac{l}{t}\right)^2 + u^2.$$

Отсюда время движения:

$$t = \sqrt{\frac{l^2}{v_0^2 - u}}.$$

Вычислим:

$$t = \sqrt{\frac{(3 \cdot 10^5)^2}{(167)^2 - (20)^2}} = 1812\ (c) = 30{,}2\ (мин).$$

в) Если направление ветра совпадает с направлением движения самолета, то результирующая скорость движения самолета v равна векторной сумме собственной скорости движения самолета и скорости ветра (рис.2.8):

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}.$$

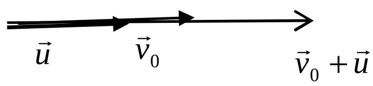


Рисунок 2.8

Т. к. векторы $\vec{v}_0$ и $\vec{u}$ сонаправлены, то результирующий вектор $\vec{v}$ равен скалярной сумме значений векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{u}$:

$$v = v_0 + u.$$

Тогда время движения самолета можно рассчитать так:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{v_0 + u}.$$

Вычислим:

$$t = \frac{3 \cdot 10^5}{167 + 20} \approx 1608 (c) = 26{,}8\ (мин).$$

Ответ: *0,5 ч; 30,2 мин; 26,8 мин.*

2 Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью $v_1 = 80$ *км/ч*, а вторую половину пути – со скоростью $v_2 = 40$ *км/ч*. Какова средняя скорость v движения автомобиля?

Дано:	Решение
$v_1 = 80$ *км/ч* $v_2 = 40$ *км/ч*	Средняя скорость определяется как отношение всего пути, пройденного автомобилем, к промежутку времени, за который этот путь пройден, т. е.: $$v = \frac{S}{t_1 + t_2} \qquad (2.22)$$
v – ?	

где $t = t_1 + t_2$ – время движения, причем:

$$t_1 = \frac{S}{2v_1};\ t_2 = \frac{S}{2v_2}.$$

Откуда

$$t_1 = \frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2} = \frac{S(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}. \qquad (2.23)$$

Подставляя выражение (2.22) в выражение (2.23), получим выражение для вычисления средней скорости:

$$v = \frac{S \cdot 2v_1 \cdot v_2}{S(v_1 + v_2)} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Вычислим:

$$v = \frac{2 \cdot 80 \cdot 40}{80 + 40} \approx 53{,}3\ (км/ч).$$

Ответ: v *=53,3 (км/ч).*

3 Уравнение движения точки по прямой $x = 4 + 2t + t^2 + 0{,}2t^3$. Найти: а) положения точки в моменты времени $t_1 = 2c$ и $t_2 = 5c$; б) мгновенную скорость и мгновенные ускорения в эти моменты времени;

Дано:	*Решение*
$x(t)= 4 + 2t + t^2 + 0{,}2t^3$ $t_1 = 2c$ $t_2 = 5c$	а) Положение материальной точки в указанные моменты времени найдем, подставив значения времени в уравнение зависимости $x(t)$:
x_1, x_2 – ? v_1, v_2 – ? $a_{ср}, a_1, a_2$ – ?	$x_1(t_1)=4 + 2t_1 + t_1^2+ 0{,}2t_1^3=4+2\cdot2+2^2+0{,}2\cdot2^3=13{,}6(м);$ $x_2(t_2)=4 + 2t_2 + t_2^2+ 0{,}2t_2^3=4+2\cdot5+5^2+0{,}2\cdot5^3=64\ (м).$ б) По определению, мгновенная скорость – это первая производная от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4 + 2t + t^2 + 0{,}2t^3) = 2 + 2t + 0{,}6t^2.$$

По определению, мгновенное ускорение – это первая производная от скорости по времени, или вторая производная от координаты по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}(2 + 2t + 0{,}6t^2) = 2 + 1{,}2t.$$

Подставив моменты времени $t_1 = 2c$ и $t_2 = 5c$, вычислим значения скорости и ускорения:

$$v_1(t_1) = 2 + 2\cdot 2 + 0{,}6\cdot 2^2 = 8{,}4(м/с);$$

$$v_2(t_2) = 2 + 2\cdot 5 + 0{,}6\cdot 5^2 = 27(м/с);$$

$$a_1(t_1) = 2 + 1{,}2\cdot 2 = 4{,}4(м/с^2);$$

$$a_2(t_2) = 2 + 1{,}2\cdot 5 = 8(м/с^2).$$

Ответ: *13,6 м; 64 м;* $8{,}4\,м/с$; $27\,м/с$; $4{,}4\,м/с^2$; $8\,м/с^2$.

4 Тело бросили вертикально вверх из точки, которая находится на высоте h. Найти начальную скорость тела, время движения и скорость падения, если известно, что за время движения оно прошло путь $3h$.

Дано:	*Решение*
h $S = 3h$	Выполним рисунок, иллюстрирующий условие задачи (рис. 2.9). На рисунке покажем векторы скоростей в точках А, В, D и вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$. Ось OY направим вертикально вверх.
$t - ?$ $v - ?$	

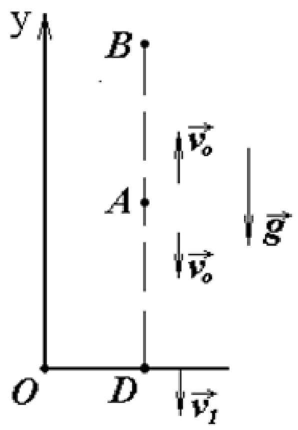


Рисунок 2.9

Запишем три уравнения кинематики в проекциях на ось OY:

$$v = v_0 + gt\,; \tag{2.24}$$

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}\,; \tag{2.25}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2gh\,. \tag{2.26}$$

Рассмотрим движение тела на участке AB. По условию задачи, тело пролетело путь $3h$, отсюда следует, что $AB = BA = AD$. Уравнения кинематики (2.24) и (2.25) для участка AB в проекции на ось OY имеют вид:

$$\begin{cases} v_B = v_0 - gt, \\ v_B^2 - v_0^2 = -2gh. \end{cases} \tag{2.27}$$

Т. к. $v_B = 0$, то система (2.27) примет вид:

$$\begin{cases} 0 = v_0 - gt, \\ 0 - v_0^2 = -2gh. \end{cases}$$

Решая систему, находим начальную скорость v_0 и время движения на участке AB t_1:

$$v_0 = \sqrt{2gh}\,;\; t_1 = \sqrt{\frac{2g}{h}}\,.$$

Для того чтобы найти скорость тела в точке D, используем уравнение (2.26). В проекции на ось OY получим:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh\,;$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}\,;$$

$$v = \sqrt{2gh + 2gh} = 2\sqrt{gh}\,.$$

Если тело бросили вертикально вверх, то время падения этого тела в начальную точку равно времени подъема тела на максимальную высоту, а скорость падения (по модулю) равна начальной скорости бросания. Тогда время движения t_1 на участке AB равно времени t_2 (участок BA):

$$t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Т. к. скорость в точке D известна, то для того, чтобы найти время движения на участке AD, необходимо использовать первое уравнение кинематики:

$$-v_D = -v_0 - gt_3\,;$$

$$t_3 = \frac{v_D - v_0}{g}\,;$$

$$t_3 = 2\sqrt{\frac{h}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Полное время движения равно сумме времени движения на участках:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = (2 + \sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}}\,.$$

Ответ: $\sqrt{2gh}$; $2\sqrt{gh}$; $(2+\sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}}$.

5 Дальность полета тела, которое бросили в горизонтальном направлении со скоростью $9{,}8\,м/с$, равна высоте, с которой бросили тело. Чему равна эта высота, и под каким углом к горизонту тело упало на Землю?

Дано:	*Решение*
$v_0 = 9{,}8\ м/с$ $S = h$	На рисунке 2.10 изобразим векторы начальной скорости $\vec{v}_0$, скорости падения тела $\vec{v}$, ускорение свободного падения $\vec{g}$, высоту h и расстояние по горизонтали S. Прямоугольную систему координат свяжем с Землей, а ось OX направим так, чтобы она проходила через точку падения тела.
h – ?; α – ?	

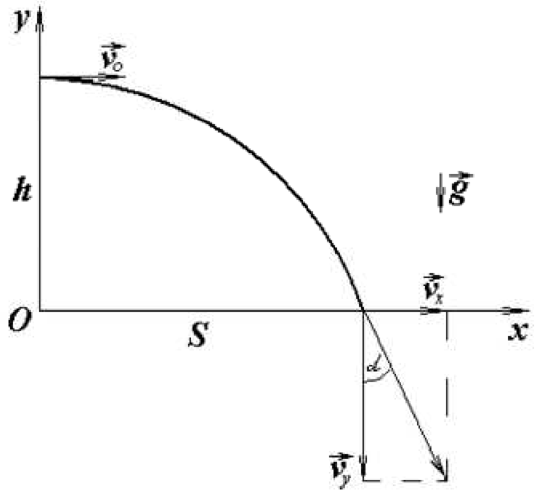


Рисунок 2.10

При движении тела в поле силы тяжести движение следует рассматривать в двух проекциях: вдоль оси OX тело движется равномерно, с постоянной скоростью $\vec{v}_0$, а вдоль оси OY – равнозамедленно, с начальной скоростью $\vec{v}_{0y} = 0$ и ускорением, равным ускорению свободного падения $\vec{g}$. Таким образом,

$$S = v_0 \cdot t\,;\ h = \frac{gt^2}{2}.$$

Т. к. по условию $S = h$, то:

$$v_0 t = \frac{gt^2}{2};$$

$$t = \frac{2v_0}{g};$$

$$h = \frac{2v_0^2}{g}.$$

Из рисунка видно, что в точке падения

$$tg\alpha = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v_0}{v_y}.$$

Вертикальная составляющая скорости v_y может быть найдена из кинематического уравнения зависимости скорости от времени при равноускоренном движении:

$$v_y = v_{0y} + gt = gt = \frac{g \cdot 2v_0}{g} = 2v_0.$$

Значит,

$$tg\alpha = \frac{v_0}{2v_0} = \frac{1}{2}.$$

Вычислим:

$$h = \frac{2 \cdot 9{,}8^2}{9{,}8} = 19{,}6 \ (м);$$

$$\alpha = arctg\frac{1}{2} \approx 63{,}5°.$$

Ответ: *19,6 м; 63,5°.*

6 Тело брошено со скоростью $v_0 = 20\, м/с$ под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (рис. 2.11). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти скорость тела, а также его нормальное и тангенциальное ускорения через $t = 1{,}50\, с$ после начала движения. На какое расстояние *l* переместится за это время тело по горизонтали и на какой высоте *h* окажется?

Дано:
$v_0 = 20\, м/с$
$\alpha = 30°$
$t = 1{,}50\, с$

$a_\tau, a_n - ?$
$l, h - ?$

Решение

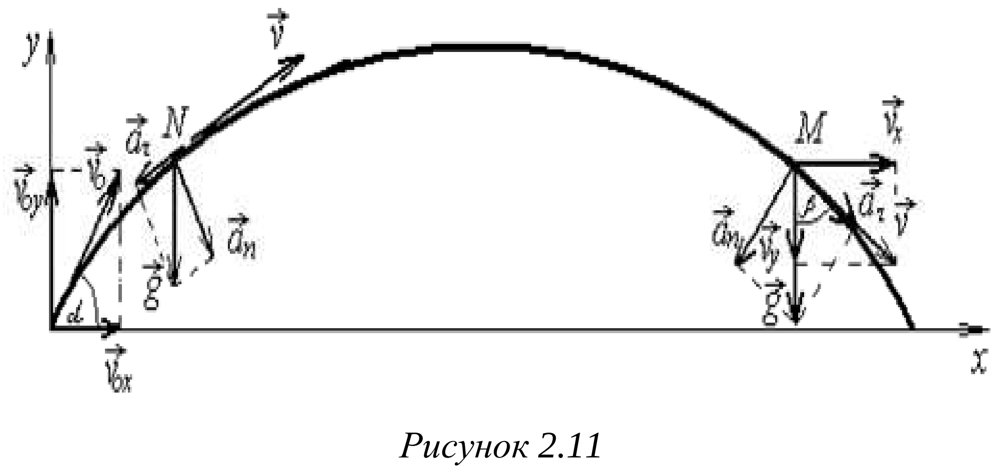


Рисунок 2.11

Т. к. тело движется с постоянным ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, его скорость и перемещение определяются векторными уравнениями:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t;$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

или соответствующими им скалярными системами уравнений:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t, \\ \Delta x = v_{0x} t + \dfrac{a_x t^2}{2}; \end{cases} \tag{2.28}$$

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} + a_y t, \\ \Delta y = v_{0y} t + \dfrac{a_y t^2}{2}. \end{cases} \tag{2.29}$$

Мы не знаем, в какой точке траектории будет тело через $1{,}50$ *с* после начала движения – на восходящей или нисходящей ветвях параболы. Предположим, что оно находится в точке *M* (см. рис. 2.11).

Введем координатные оси, направленные по горизонтали (*OX*) и вертикали (*OY*) и совместим начало координат с положением точки в начальный момент времени. Тогда, подставив в уравнения систем (2.28) и (2.29) значения:

$$a_x = 0;$$

$$a_y = -g;$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha;\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha;$$

$$\Delta x = x;\ \Delta y = y,$$

и учитывая, что проекция скорости тела в точке *M* на ось *OY* направлена вниз, получим:

$$v_x = v_0 \cos\alpha, \tag{2.30}$$

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t, \tag{2.31}$$

$$-v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \tag{2.32}$$

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \tag{2.33}$$

Искомые величины *l*, *h* равны, соответственно, координатам *x*, *y* точки *M* в момент $t = 1{,}50\,c$:

$$l = x = v_0 \cos\alpha \cdot t = 20{,}0 \cdot 0{,}87 \cdot 1{,}50 = 26(м);$$

$$h = y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 20{,}0 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}50 - \frac{9{,}8 \cdot (1{,}50)^2}{2} = 4{,}0(м).$$

Скорость v в точке *M* найдем через ее проекции, определяемые выражениями (2.30) и (2.32):

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + (gt - v_0 \sin\alpha)^2}\,. \qquad (2.34)$$

Подставив числовые значения величин, получим:

$$v = \sqrt{20{,}0^2 \cdot 0{,}87^2 + (9{,}8 \cdot 1{,}50 - 20{,}0 \cdot 0.5)^2} = 17(м/c).$$

Для определения нормального и тангенциального ускорений учтем, что полное ускорение тела, движущегося в поле земного тяготения, есть не что иное, как ускорение $\vec{g}$. Разложив вектор $\vec{g}$ на составляющие по касательному и нормальному направлениям к траектории в точке *M*, получим:

$$a_n = g \cdot \sin\beta = g(\frac{v_x}{v}),$$

$$a_\tau = g \cdot \cos\beta = g(\frac{v_y}{v}),$$

где β – угол между нормалью и касательной к траектории в точке *M*.

Подставим вместо величин v_x, v_y, v их значения из формул (2.30), (2.32) и (2.34):

$$a_n = \frac{g v_0 \cos\alpha}{\sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + (gt - v_0 \sin\alpha)^2}};$$

$$a_\tau = \frac{g(gt - v_0 \sin\alpha)}{\sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + (gt - v_0 \sin\alpha)^2}}.$$

Вычисления дают: $a_n = 9{,}5\,м/c^2$; $a_\tau = 2{,}6\,м/c^2$.

Положительное значение величины a_τ подтверждает правильность нашего предположения относительно положения тела на траектории. Отрицательное значение a_τ свидетельствовало бы о том, что скорость убывает, и что тело находилось бы на восходящей ветви параболы.

Ответ: $17\,м/c$; $9{,}5\,м/c^2$; $2{,}6\,м/c^2$; $26 м$; $4{,}0 м$.

7 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1\,рад/с$, $C = 1\,рад/с^2$, $D = 1\,рад/с^3$. Найти радиус R колеса, если известно, что к концу второй секунды движения для точек, лежащих на ободе колеса, нормальное ускорение $a_n = 3{,}46 \cdot 10^2\ м/с^2$.

Дано:	*Решение*
$\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ $B = 1\,рад/с$ $C = 1\,рад/с^2$ $D = 1\,рад/с^3$ $a_n = 3{,}46 \cdot 10^2\ м/с^2$	Известно, что нормальное ускорение a_n связано с угловой скоростью ω соотношением $$a_n = \omega^2 R,$$ где R – радиус колеса.
$R - ?$	По определению, угловая скорость есть первая производная от угла поворота по времени, т. е.: $$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt + Ct^2 + Dt^3) = B + 2Ct + 3Dt^2.$$

Значит, радиус колеса равен:

$$R = \frac{a_n}{\omega^2} = \frac{a_n}{(B + 2Ct + 3Dt^2)^2}.$$

Вычислим:

$$R = \frac{3{,}46 \cdot 10^2}{(1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2)^2} = 1{,}2\,м.$$

Ответ: $1{,}2\,м$.

8 Автомобиль движется по закругленному шоссе, имеющему радиус кривизны $R = 50\,м$ (рис. 2.12). Закон движения автомобиля выражается уравнением $S = 10 + 10t - 0{,}5t^2$ (за единицу длины принят метр, за единицу времени – секунда). Найти скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения в момент времени $t = 5\,с$.

Дано:

$S = 10 + 10t - 0{,}5t^2$ *(м)*

$t = 5c$

$R = 50м$

$v - ?$

$a_\tau - ?$

$a_n - ?$

$a - ?$

Решение

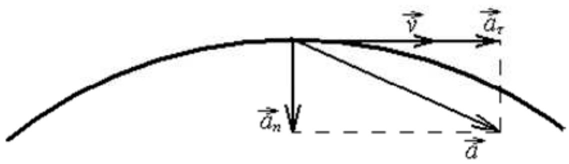


Рисунок 2.12

Взяв производную от пути по времени, получим выражение для скорости:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(10 + 10t - 0{,}5t^2) = 10 - t\,.$$

Значение скорости в данный момент времени найдется, если в полученное общее выражение скорости подставить числовое значение времени:

$$v(t) = 10 - 5 = 5(м/с)\,.$$

Тангенциальное ускорение найдем, взяв производную от скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(10 - t) = -1(м/с^2)\,.$$

Полученное значение тангенциального ускорения указывает на то, что движение автомобиля является равнозамедленным.

Нормальное ускорение автомобиля равно

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{5^2}{50} = 0{,}5(м/с^2)\,.$$

Полное ускорение находим как геометрическую сумму тангенциального и нормального ускорений (см. рис. 2.12), величина его равна:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{1 + 0{,}25} = 1{,}12(м/с^2).$$

Ответ: $5\,м/с$; $-1\,м/с^2$; $0{,}5\,м/с^2$; $1{,}12\,м/с^2$.

9 Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения $n = 50c^{-1}$, после выключения тока сделал $N = 500$ оборотов до полной остановки. Определить угловое ускорение ε якоря.

Дано:	*Решение*
$n = 50c^{-1}$ $N = 500$	Движение якоря электродвигателя является равнозамедленным. Зависимость угла поворота от времени:
$\varepsilon - ?$	$$\varphi(t) = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (2.35)$$

где ω_0 – начальная угловая скорость;

ε – угловое ускорение.

Каждый оборот соответствует углу поворота, равному 2π, следовательно, за N оборотов якорь повернется на угол φ, равный

$$\varphi = 2\pi N. \quad (2.36)$$

При равнозамедленном движении угловая скорость ω изменяется с течением времени по закону

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t.$$

Кроме того, начальная угловая скорость ω_0 связана с частотой соотношением

$$\omega = 2\pi n.$$

Тогда в момент остановки якоря $\omega = 0$, значит:

$$0 = 2\pi n - \varepsilon t;$$

$$t = \frac{2\pi n}{\varepsilon}, \quad (2.37)$$

где t – время вращения якоря электродвигателя до остановки.

Приравняв выражения (2.35) и (2.36) и подставив уравнение (2.37), получим:

$$2\pi N = 2\pi n \frac{2\pi n}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon \cdot 4\pi^2 n^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\varepsilon};$$

$$\varepsilon = \frac{\pi n^2}{N}.$$

Вычислим: $\varepsilon = \frac{3{,}14 \cdot 50^2}{500} = 15{,}7(\text{рад}/c^2)$.

Ответ: $15{,}7 \ \text{рад}/c^2$.

2.8 Задачи для аудиторного решения

1 Лодка движется перпендикулярно к берегу со скоростью $v = 7{,}2$ *км/ч*. Течение относит ее вниз на расстояние $l = 150$ *м*. Найти скорость u течения реки и время t, затраченное на переправу. Ширина реки $L = 0{,}5$ *км*.

2 Вагонетка первые 4 *с* движется с постоянным ускорением 0,79 *м/с*^{2}, а следующие 3 *с* – с постоянной скоростью. Найти среднюю скорость движения вагонетки за весь промежуток времени.

3 Движение материальной точки задано следующим уравнением $x = A + Bt + Ct^2$, $A = 2$ *м*, $B = 2$ *м/с*, $C = -0{,}01$ *м/с*^{2}. Определить момент времени, в который скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики координаты, пути, скорости и ускорения этого движения.

4 Тело падает с высоты 1960 *м*. Найти путь, пройденный телом за последнюю секунду падения.

5 Тело брошено с вышки в горизонтальном направлении со скоростью 20 *м/с*. Определить скорость тела и ее направление в конце второй секунды после начала движения.

6 Камень, брошенный со скоростью 11 *м/с* под углом 10 градусов к горизонту, упал на землю на некотором расстоянии от места бросания. С какой высоты надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости он упал на то же место?

7 Колесо радиусом $R = 10$ *см* вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где a, b и c – константы, $b = 2$ *рад/с*^{2}, $c = 1$ *рад/с*^{3}. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2$ *с* после начала движения: а) угловое ускорение ω и линейную скорость v; б) нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения, в) угловое ускорение ε.

8 В некоторый момент времени точка движется по окружности радиусом 29 *см*. Её тангенциальное ускорение постоянно и равно 3 *см/с*^{2}. Через какое время после начала движения нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному?

9 Диск вращается с угловым ускорением 3 *рад/с*^{2}. Сколько он сделал оборотов за время изменения частоты вращения от 201 *об/мин* до 44 *об/мин*?

2.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы

Задание 1

2.9.1.1 Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением a, человек начал идти в том же направлении со скоростью v. Через какое время поезд догонит человека?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	a, *м/с*^{2}	v, *м/с*
1	*0,47*	*1,44*
2	*0,72*	*1,53*
3	*1,05*	*1,55*
4	*1,01*	*0,55*
5	*0,7*	*0,9*

2.9.1.2 Определить время полета самолета между двумя пунктами, находящимися на расстоянии l, если скорость самолета относительно воздуха равна v, а скорость встречного ветра, направленного под углом α к направлению движения, равна v_1.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	l, *км*	v, *м/с*	α, $...^o$	v_1, *м/с*
1	*495*	*261*	*10*	*29*
2	*500*	*250*	*30*	*30*
3	*553*	*280*	*45*	*40*
4	*800*	*400*	*15*	*20*
5	*200*	*200*	*20*	*15*

2.9.1.3 Рыбак плыл на лодке вверх по реке со скоростью v. Проезжая под мостом, он выронил багор в воду. Через время t_0 он это обнаружил и, повернув назад, догнал багор на расстоянии s ниже моста. Какова скорость течения реки u, если назад он плыл со скоростью вдвое меньшей? Ответ выразить в километрах в час. Все скорости даны относительно берега.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v, *км/ч*	t_0, *ч*	s, *км*
1	*6*	*0,64*	*4*
2	*6*	*0,29*	*2*

3	*6*	*0,25*	*5*
4	*12*	*0,66*	*5*
5	*10*	*0,36*	*7*

2.9.1.4 Пассажир электропоезда, движущегося со скоростью v, заметил, что встречный поезд длиной *l* прошел мимо него за время t_0. Определить скорость *u* встречного поезда.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v, км/ч	*l, м*	t_0*, с*
1	*63*	*107*	*4*
2	*67*	*141*	*6*
3	*63*	*133*	*5*
4	*72*	*191*	*4*
5	*69*	*112*	*7*

2.9.1.5 Моторная лодка, двигаясь против течения реки, поравнялась с плотом в пункте А, через время *t* после встречи лодка повернула обратно и нагнала плот в пункте В. Чему равно расстояние s между пунктами А и В, если скорость течения реки *u,* а скорость лодки относительно воды постоянна? Ответ выразить в километрах.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	t, мин	*u, км/ч*
1	*29*	*2,11*
2	*44*	*1,58*
3	*23*	*1,80*
4	*32*	*3,70*
5	*22*	*3,82*

2.9.1.6 Две автомашины движутся по двум прямолинейным и взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку с постоянными скоростями v_1 и v_2. Перед началом движения первая машина находилась на расстоянии l_1 от перекрестка, вторая – на расстоянии l_2. Через какое время после начала движения расстояние между машинами будет минимальным?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	v_1*, км/ч*	v_2*, км/ч*	l_1*, км*	l_2*, км*
1	*55*	*60*	*20*	*40*
2	*60*	*70*	*30*	*40*
3	*66*	*75*	*40*	*40*
4	*80*	*90*	*10*	*20*
5	*60*	*50*	*5*	*15*

Задание 2

2.9.2.1 Пароход идет по реке от пункта А до пункта В со скоростью v_1, а обратно – со скоростью v_2. Найти среднюю скорость парохода. Ответ выразить в километрах в час.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v_1, *км/ч*	v_2, *км/ч*
1	*6*	*25*
2	*8*	*28*
3	*9*	*30*
4	*7*	*27*
5	*10*	*35*

2.9.2.2 В первую секунду после начала движения скорость тела линейно изменилась от v_1 до v_2. В следующие n секунд тело двигалось с постоянной скоростью. Определить среднюю скорость движения тела за весь промежуток времени.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v_1, *м/с*	v_2, *м/с*	*n, с*
1	*0*	*4*	*3*
2	*0*	*1*	*2*
3	*0*	*3*	*3*
4	*0*	*5*	*5*
5	*1*	*4*	*3*

2.9.2.3 Зависимость пройденного пути от времени задана уравнением $s = a + bt + ct^2$. Найти среднюю скорость движения тела за n-ю секунду.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	a, м	*b, м/с*	*c, м/с*^{2}	*n*
1	*1*	*4*	*1*	*5*
2	*1*	*5*	*3*	*4*
3	*4*	*1*	*2*	*5*
4	*2*	*2*	*3*	*3*
5	*2*	*1*	*1*	*5*

2.9.2.4 Вагонетка первые t_1 секунд движется с постоянным ускорением a, а следующие t_2 секунд с постоянной скоростью. Найти среднюю скорость движения вагонетки за весь промежуток времени.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	t_1, *с*	*a, м/с*^{2}	t_2, *с*
1	*5*	*0,77*	*2*
2	*8*	*0,59*	*3*
3	*4*	*0,79*	*3*
4	*4*	*1,28*	*3*
5	*5*	*0,94*	*3*

2.9.2.5 Тележка катилась половину пути со скоростью v_1, на оставшейся части пути она двигалась половину времени со скоростью v_2, а последний участок пути прошла со скоростью v_3. Найти среднюю скорость за время движения тележки.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v_1, *м/с*	v_2, *м/с*	v_3, *м/с*
1	*4*	*3*	*7*
2	*1*	*3*	*5*
3	*4*	*3*	*6*
4	*2*	*3*	*5*
5	*2*	*4*	*7*

2.9.2.6 Зависимость координаты тела от времени задается уравнением $x = At + Bt^2 + Ct^3$. Найти среднюю скорость тела в интервале времени от t_1 до t_2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	А, *м*	В, *м/с*	*С, м/с*^{2}	t_1, *с*	t_2, *с*
1	*4*	*3*	*0,87*	*0*	*3*
2	*1*	*2*	*0,7*	*1*	*3*
3	*0*	*2*	*0,33*	*2*	*5*
4	*2*	*3*	*0,58*	*1*	*2*
5	*0*	*2*	*3,2*	*1*	*4*

Задание 3

2.9.3.1 Уравнение движения материальной точки по прямой имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$. Найти координату точки в момент времени, когда ее скорость равна нулю.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	A, м	*B, м/с*	*C, м/с²*
1	*4*	*3*	*– 0,87*
2	*1*	*2*	*– 0,7*
3	*0*	*2*	*– 0,33*
4	*2*	*3*	*– 0,58*
5	*0*	*2*	*– 3,2*

2.9.3.2 Зависимость координат двух материальных точек от времени t выражается уравнениями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$. Через какой промежуток времени после начала движения скорости этих точек будут одинаковыми?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения					
	A_1, *м*	A_2, *м*	B_1, *м/с*	B_2, *м/с*	C_1, *м/с²*	C_2, *м/с²*
1	*14*	*1*	*1*	*1*	*3*	*0,5*
2	*13*	*4*	*2*	*2*	*4*	*0,5*
3	*15*	*1*	*5*	*10*	*3*	*0,5*
4	*19*	*5*	*5*	*10*	*3*	*0,5*
5	*18*	*2*	*3*	*3*	*1*	*0,5*

2.9.3.3 Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $S = At + Bt + Ct^2 + Dt^3$. Через какое время после начала движения ускорение тела будет равно a, м/с^2?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	A, м	*B, м/с*	*C, м/с²*	*D, м/с³*	*a, м/с²*
1	*14*	*1*	*– 3*	*3*	*5*
2	*13*	*2*	*– 4*	*4*	*1*
3	*15*	*5*	*– 3*	*3*	*2*
4	*19*	*5*	*– 3*	*3*	*4*
5	*18*	*3*	*– 1*	*1*	6

2.9.3.4 Из одного места начали равноускоренно двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через t секунд после первой. Начальные скорости и ускорения точек v_{01} и a_1, v_{02} и a_2, соответственно. Через какое время t эти точки встретятся?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	t, с	v_{01}, *м/с*	a_1, *м/с*^{2}	v_{02}, *м/с*^{3}	a_2, *м/с*^{2}
1	*1*	*1*	*– 3*	*3*	*5*
2	*2*	*2*	*– 4*	*4*	*1*
3	*1,5*	*5*	*– 3*	*3*	*2*
4	*3*	*5*	*– 3*	*3*	*4*
5	*4*	*3*	*– 1*	*1*	*6*

2.9.3.5 Две материальные точки движутся согласно следующим уравнениям: $x_1 = A_1t^2 - B_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковыми? Найти скорости и координаты точек в этот момент.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	A_1, *м/с*^{2}	A_2, *м/с*	B_1, *м/с*^{3}	B_2, *м/с*^{2}	C_2, *м/с*^{3}
1	*7*	*0,5*	*1*	*1*	*1*
2	*7,5*	*4*	*2*	*2*	*0,5 м/с*
3	*8*	*5*	*5*	*10*	*0,5*
4	*9*	*3*	*5*	*10*	*0,5*
5	*9,5*	*1*	*3*	*3*	*0,5*

2.9.3.6 Мотороллер, двигаясь равнопеременно, проходит последовательно два одинаковых отрезка пути по *l* каждый. Найти ускорение мотороллера, если первый отрезок пройден за t_1 секунд, а второй – за t_2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	l, м	t_1, *с*	t_2, *с*
1	*30*	*1,271*	*1,97*
2	*41*	*1,070*	*1,77*
3	*40*	*0,96*	*1,76*
4	*40*	*1,390*	*2,34*
5	*39*	*1,370*	*2,12*

Задание 4

2.9.4.1 Камень, брошенный вертикально вверх, вернулся на землю через *t* секунд. На какую высоту он поднялся?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	t, с
1	*1,5*
2	*1,3*
3	*0,9*
4	*1,7*
5	*2*

2.9.4.2 Вертикально вверх с начальной скоростью v_0 брошен камень. Через некоторое время t после этого брошен вертикально вверх другой камень с такой же скоростью. На какой высоте (от земли) встретятся камни?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v_0 *, м/с*	*t, с*
1	*15*	*1,53*
2	*9*	*0,82*
3	*7*	*0,41*
4	*11*	*1,12*
5	*12*	*1,22*

2.9.4.3 С вышки одновременно брошены два тела с одинаковой скоростью v_0: одно – вертикально вверх, другое – вертикально вниз. Найти расстояние между ними в момент времени, корда первое из них достигнет максимальной высоты.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	v_0
1	*3,4 м/с*
2	*4,9 м/с*
3	*2,1 м/с*
4	*4,0 м/с*
5	*3,8 м/с*

2.9.4.4 С какой высоты упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за t?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	t, мс
1	*65*
2	*59*
3	*10*
4	*54*
5	*46*

2.9.4.5 С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Через t секунд мячик упал на землю. Определить скорость мячика в момент удара о землю.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v_0, м/с	*t, с*
1	*2*	*6*
2	*3*	*5*
3	*3,5*	*10*
4	*4*	*15*
5	*6*	*16*

2.9.4.6 С аэростата, находящегося на высоте *h*, упал камень. Через какое время *t* камень достигнет земли, если аэростат поднимается (опускается) со скоростью v?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	h, м	*v, м/с*
1	*300*	*5*
2	*400*	*6*
3	*320*	*5,2*
4	*350*	*15*
5	*500*	*12*

Задание 5

2.9.5.1 С башни высотой *h* в горизонтальном направлении со скоростью v брошен камень. Чему равна его скорость в момент падения?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	h, м	*v, м/с*
1	*24*	*18*
2	*30*	*16*
3	*32*	*12*
4	*50*	*15*
5	*17*	*14*

2.9.5.2 С вышки бросили камень в горизонтальном направлении, через *t* секунд камень упал на землю на расстоянии *S* метров от основания вышки. Определить конечную скорость камня.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	t, с	*S, м*
1	*24*	*38*
2	*28*	*18*
3	*30*	*29*
4	*54*	*5*
5	*84*	*59*

2.9.5.3 Камень брошен в горизонтальном направлении, через t секунд после начала движения численное значение скорости камня стало в N раз больше его начальной скорости. Найти начальную скорость камня, сопротивление воздуха не учитывать.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	t, с	*N*
1	*4*	*4*
2	*5*	*4*
3	*3*	*2*
4	*5*	*2*
5	*3,5*	*2,5*

2.9.5.4 Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии Δl от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на ΔS меньше высоты, с которой брошен мяч. Под каким углом (в градусах) мяч подлетает к поверхности стенки?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	Δl, *м*	ΔS, *см*
1	*12*	*78*
2	*15*	*74*
3	*13*	*22*
4	*15*	*12*
5	*13,5*	*15,5*

2.9.5.5 Камень брошен горизонтально со скоростью v_0. Найти тангенциальное ускорение камня через *t* секунд после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v_0, *м/с*	*t, с*
1	*4*	*4*
2	*5*	*6*
3	*3,5*	*3*
4	*2,28*	*2,21*
5	*3,14*	*4,14*

2.9.5.6 При выстреле из пистолета в горизонтальном направлении пуля летела *t* секунд до первого из двух вертикально закрепленных листов бумаги, расстояние между которыми *S*. Определить скорость пули, если пробоина во втором листе оказалась на *l* сантиметров ниже, чем в первом.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	t, с	*S, м*	*l, см*
1	*6*	*5*	*25*
2	*5*	*2*	*10*
3	*9*	*2*	*10*
4	*1*	*4*	*20*
5	*1*	*1*	*5*

Задание 6

2.9.6.1 Пуля выпущена со скоростью v_0 под углом α градусов к горизонту. Определить наибольшую высоту, на которую поднимется пуля при полете. Сопротивление воздуха не учитывать.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v_0, *м/с*	$\alpha, \ldots^o$
1	*414*	*25*
2	*383*	*26*
3	*287*	*24*
4	*314*	*35*
5	*214*	*20*

2.9.6.2 Через сколько секунд вектор скорости тела, брошенного под углом α градусов к горизонту с начальной скоростью v_0, будет составлять с горизонтом угол β градусов?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	α, …^{o}	v_0, *м/с*	β, …^{o}
1	*37*	*18*	*16*
2	*57*	*18*	*18*
3	*59*	*13*	*14*
4	*42*	*19*	*11*
5	*45*	*18*	*19*

2.9.6.3 Из одной точки одновременно брошены два тела с одинаковой скоростью под разными углами к горизонту. Определить расстояние между телами спустя *t* секунд после начала движения, если начальная скорость равна v_0, а углы бросания – α и β градусов соответственно.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	t, *с*	v_0, *м/с*	α, …^{o}	β, …^{o}
1	*4*	*45*	*48*	*71*
2	*3*	*43*	*4*	*69*
3	*2*	*52*	*39*	*66*
4	*4*	*35*	*58*	*71*
5	*3*	*40*	*48*	*60*

2.9.6.4 Под каким углом к горизонту брошен шар, если известно, что максимальная высота подъема шара в *N* раз больше его дальности полета? Сопротивление воздуха не учитывать. Ответ дать в единицах СИ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	N
1	*6*
2	*13*
3	*8*
4	*12*
5	*10*

2.9.6.5 Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью v_0, первый – под углом α градусов к горизонту, второй – под углом β градусов. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти интервал времени, через который снаряды столкнутся друг с другом.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v_0, *м/с*	α, …^{o}	β, …^{o}
1	*279*	*79*	*30*
2	*485*	*73*	*21*
3	*239*	*76*	*15*
4	*232*	*67*	*20*
5	*335*	*60*	*23*

2.9.6.6 Снаряд вылетает из орудия под углом α градусов к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти радиус кривизны траектории снаряда через *t* секунд после вылета, ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v_0, *м/с*	α, …^{o}	t, *с*
1	*296*	*60*	*2*
2	*281*	*55*	*6*
3	*204*	*49*	*3*
4	*266*	*57*	*6*
5	*238*	*45*	*7*

Задание 7

2.9.7.1 Колесо радиусом *R* вращается так, что зависимость угла поворота φ радиуса колеса от времени *t* выражается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Определить полное линейное ускорение точек на ободе диска в конце *n*-й секунды.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	R, м	*A рад,*	*B, рад/с*	*C, рад/с^3*	*n*
1	*0,14*	*0*	*4*	*2*	*7*
2	*0,20*	*1*	*4*	*2*	*2*
3	*0,23*	*2*	*2*	*2*	*4*
4	*0,12*	*3*	*3*	*3*	*5*
5	*0,34*	*1*	*2*	*3*	*3*

2.9.7.2 Колесо радиусом R вращается так, что зависимость угла поворота φ радиуса колеса от времени t выражается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти изменение тангенциального ускорения за единицу времени.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	R, см	*D, рад/с*^{3}
1	*12*	*7*
2	*11*	*5*
3	*15*	*8*
4	*6*	*3*
5	*4*	*2*

2.9.7.3 В некоторый момент времени точка движется по окружности радиусом R со скоростью v. Зависимость пути от времени задается уравнением $L = Ct^3$. Найти полное линейное ускорение точки для указанного момента времени.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	R, см	*v, м/с*	*C, м/с*^{2}
1	*3*	*0,53*	*- 0,2*
2	*2*	*0,29*	*0,32*
3	*5*	*0,66*	*0,45*
4	*3*	*0,74*	*0,73*
5	*6*	*0,82*	*0,60*

2.9.7.4 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота φ радиуса колеса от времени t выражается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$. Найти радиус колеса, если известно, что к концу n-й секунды движения нормальное ускорение точек обода колеса равно a_n.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения					
	A, рад	*B, рад/с*	*C, рад/с*^{2}	*D, рад/с*^{3}	*n*	a_n*, м/с*^{2}
1	*4*	*2*	*3*	*2*	*2*	*1,17*
2	*8*	*1*	*2*	*2*	*2*	*1,09*
3	*5*	*3*	*1*	*2*	*2*	*1,60*
4	*8*	*3*	*2*	*2*	*2*	*1,92*
5	*2*	*2*	*2*	*2*	*2*	*2,74*

2.9.7.5 Колесо вращается так, что зависимость его угловой скорости от времени t задается уравнением $\omega = B + 3Ct^2$. Найти угол поворота колеса в конце *n*-й секунды. Константы, появляющиеся, кроме указанных, приравнять к нулю.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	B, рад/с	*C, рад/с*^{3}	*n*
1	*11*	*-0,38*	*2*
2	*13*	*-0,49*	*2*
3	*7*	*-0,25*	*1*
4	*10*	*-0,32*	*2*
5	*12*	*-0,23*	*2*

2.9.7.6 Колесо радиусом *R* вращается так, что зависимость угла поворота φ радиуса колеса от времени *t* выражается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Найти линейную скорость точек на ободе колеса, которую они приобретут в конце *n*-й секунды после начала движения.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	R, см	*A, рад*	*B, рад/с*	*C, рад/с*^{3}	*n*
1	*16*	*3*	*–3*	*0,87*	*9*
2	*29*	*3*	*–2*	*0,63*	*4*
3	*29*	*3*	*–2*	*0,89*	*3*
4	*18*	*3*	*–2*	*0,79*	*6*
5	*16*	*2*	*–3*	*0,67*	*9*

Задание 8

2.9.8.1 Диск, радиусом *R*, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением ε. Чему равно полное ускорение точек на окружности диска через время *t* после начала вращения?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	R, см	ε *, рад/с*	*t, с*
1	*16*	*3*	*2*
2	*6*	*5*	*4*
3	*9*	*6*	*6*
4	*8*	*13*	*8*
5	*6*	*33*	*10*

2.9.8.2 Движение точки по окружности радиусом *R* задано уравнением $L = A + Bt + Ct^2$. Найти нормальное ускорение точки в конце *n*-й секунды.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	R, м	*A, м*	*B, м/с*	*C, м/с²*	*n*
1	*2*	*4*	*0*	*4*	*10*
2	*5*	*9*	*0*	*5*	*7*
3	*3*	*6*	*-2*	*4*	*9*
4	*1*	*3*	*-1*	*1*	*9*
5	*4*	*9*	*0*	*2*	*5*

2.9.8.3 Точка движется по окружности радиусом R с постоянным тангенциальным ускорением, равным a. Через какое время после начала движения нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	R, м	*a, см/с²*
1	*8*	*62*
2	*4*	*43*
3	*1*	*73*
4	*8*	*53*
5	*1*	*49*

2.9.8.4 Маховик вращается равноускоренно. Найти угол, который составляет вектор полного ускорения любой точки маховика с радиусом в тот момент, когда маховик совершит N оборотов.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	N
1	*82*
2	*86*
3	*85*
4	*32*
5	*35*

2.9.8.5 Автомобиль движется по закругленному шоссе, имеющему радиус кривизны R. Уравнение движения автомобиля $S = A + Bt + Ct^3$. Найти его тангенциальное ускорение.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, м	*A, м*	*B, м/с*	*C, м/с²*
1	*50*	*6*	*6*	*0,88*

2	*50*	*5*	*5*	*1,42*
3	*50*	*5*	*4*	*2,86*
4	*50*	*5*	*7*	*0,74*
5	*50*	*5*	*3*	*1,42*

2.9.8.6 Колесо радиусом R вращается так, что зависимость линейной скорости точек обода колеса от времени t выражается уравнением $v = At + Bt^2$. Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в конце n-й секунды.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, см	*A, см/с^2*	*B, см/с^3*	*n, с*
1	*9*	*3*	*3*	*2*
2	*18*	*3*	*2*	*5*
3	*10*	*4*	*2*	*4*
4	*7*	*1*	*2*	*1*
5	*9*	*4*	*1*	*2*

Задание 9

2.9.9.1 Линейная скорость точек на окружности вращающегося диска равна v_1. Точки, расположенные на x сантиметров ближе к оси, имеют линейную скорость v_2. Сколько оборотов в секунду делает диск?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v_1, *м/с*	*x, см*	v_2, *м/с*
1	*12*	*25*	*7*
2	*14*	*15*	*7*
3	*15*	*20*	*15*
4	*11*	*14*	*5*
5	*10*	*21*	*17*

2.9.9.2 Вентилятор вращается с частотой n. После выключения вентилятор, сделав до остановки N оборотов, остановился. Определить время равнозамедленного вращения вентилятора после выключения.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	n, *об/мин*	N
1	*902*	*131*

2	*626*	*82*
3	*1182*	*90*
4	*964*	*74*
5	*840*	*114*

2.9.9.3 Велосипедное колесо вращается с частотой n. Под действием сил трения оно останавливается через t минут. Найти число оборотов, которое сделает колесо за это время.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	n, *Гц*	t, *мин*
1	*5*	*7*
2	*5*	*6*
3	*2*	*4*
4	*7*	*6*
5	*8*	*5*

2.9.9.4 Сколько оборотов сделало колесо автомобиля после начала тормоза до полной остановки, если в момент начала торможения автомобиль имел скорость v_1 и остановился через некоторое время Δt после начала торможения? Диаметр колес *D*.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	v_1, *км/ч*	Δt, *с*	*D, м*
1	*68*	*5*	*1,56*
2	*50*	*5*	*0,70*
3	*40*	*4*	*0,64*
4	*69*	*5*	*0,57*
5	*49*	*4*	*0,59*

2.9.9.5 Определить среднее угловое ускорение маховика, угловая скорость которого за время N полных оборотов возросла от частоты n_1 до n_2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	N	n_1, *об/с*	n_2, *об/с*
1	*13*	*10*	*16*
2	*10*	*9*	*15*
3	*11*	*9*	*17*
4	*13*	*9*	*20*
5	*12*	*10*	*15*

2.9.9.6 Точка А находится на ободе колеса радиусом *R*, которое катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью *v*. Найти полный путь, проходимый точкой А между двумя последовательными моментами её касания поверхности.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	R, см	*v, м/с*
1	*47*	*3*
2	*12*	*2*
3	*67*	*3*
4	*21*	*3*
5	*1*	*1*

3 ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ

3.1 Основные понятия и законы

3.1.1 Законы Ньютона

В рамках динамики механическое движение рассматривается с точки зрения причин, вызывающих это движение. Как показывают многочисленные опыты, причиной механического движения (изменения скорости тела) является действие на тело сил.

Сила – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

Из опыта следует, что при действии равных сил на разные тела в течение одинаковых промежутков времени изменение скоростей этих тел будет разным. Этот результат связан с понятием массы тела.

Масса тела – физическая величина, определяющая инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства тела. Масса является одной из важнейших характеристик материи.

В основе динамики лежат три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

Второй закон Ньютона: ускорение материальной точки прямо пропорционально вызывающей его силе и обратно пропорционально массе этого тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \tag{3.1}$$

Третий закон Ньютона: если тело *1* действует на тело *2* с некоторой силой $\vec{F}_{21}$, то и тело *2*, в свою очередь, будет действовать на тело *1* с такой же по величине и противоположно направленной силой $\vec{F}_{12}$:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{3.2}$$

Инерциальные системы отсчета – системы отсчета, относительно которых материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. Именно в инерциальных системах отсчета причиной появления у тел ускорения является действие сил, и законы движения имеют наиболее простой вид.

Импульс тела (количество движения) – векторная величина, равная:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{3.3}$$

Используя понятие импульса тела, второй закон Ньютона (3.1) можно записать в виде

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \tag{3.4}$$

Если на материальную точку одновременно действует несколько сил, то в формулах (3.1) и (3.4) под силой $\vec{F}$ понимают *равнодействующую* всех сил:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i. \tag{3.5}$$

3.1.2 Закон сохранения импульса

Импульсом системы N материальных точек называется векторная величина, равная

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i. \tag{3.6}$$

Замкнутой системой тел называется механическая система, на тела которой не действуют внешние силы. *Внешними силами* называют силы, которые действуют на тела механической системы со стороны тел, не входящих в эту систему

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы тел есть величина постоянная (т. е. не изменяется с течением времени):

$$\vec{P}=\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = const\,. \qquad (3.7)$$

Центром масс системы N материальных точек называют такую точку C, радиус-вектор которой определяется выражением

$$\vec{r}_C=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} m_i}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i\ . \qquad (3.8)$$

В формуле (3.8) $m_i, \vec{r}_i$ – масса и радиус-вектор i-й точки системы, $m=\sum\limits_{i=1}^{N} m_i$ – общая масса всей системы. Импульс системы материальных точек (3.6) и закон сохранения импульса (3.7) теперь можно записать в виде:

$$\vec{P}=m\vec{v}_C\,, \qquad (3.9)$$

$$\vec{P}=m\vec{v}_C=const\,, \qquad (3.10)$$

где $\vec{v}_C=\dot{\vec{r}}_C$ – скорость центра масс системы.

Из уравнения (3.10) следует, что при любых процессах, происходящих в замкнутой системе, скорость её *центра масс* остаётся неизменной.

3.1.3 Механическая работа. Мощность. Энергия. Закон сохранения энергии

Элементарной работой dA *силы* $\vec{\mathbf{F}}$ на перемещении $d\vec{\mathbf{r}}$ называют величину, равную скалярному произведению

$$dA=\vec{F}\,d\vec{r} \quad \text{или} \quad dA=F\cos\alpha\, dr = F_s\, ds\,,$$

где $F_s=F\cos\alpha$ – проекция силы $\vec{\mathbf{F}}$ на направление движения, $ds=|d\vec{r}\,|$ (рис. 3.1).

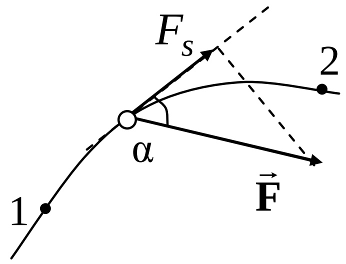


Рисунок 3.1 – Движение тела под действием постоянной силы $\vec{\mathbf{F}}$

Работа, совершаемая на конечном пути *s*, равна интегралу

$$A = \int \vec{F} d\vec{r} = \int_0^s F_s ds \qquad (3.11)$$

Мощность – величина, характеризующая скорость выполнения работы силой $\vec{F}$ и равная работе, произведенной в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v}\,. \qquad (3.12)$$

Кинетическая энергия – физическая величина, равная

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} \qquad (3.13)$$

Теорема о кинетической энергии: приращение кинетической энергии частицы на некотором перемещении равно алгебраической сумме работ всех сил, под действием которых совершалось это перемещение

$$A = \int_{v_1}^{v_2} d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{mv_2^{\,2}}{2} - \frac{mv_1^{\,2}}{2} = T_2 - T_1. \qquad (3.14)$$

Консервативными силами называются силы, работа которых не зависит от формы траектории, по которой частица переходит из одного положения в другое, а определяется только начальным и конечным положением частицы. В случае действия консервативных сил каждому положению частицы в силовом поле можно сопоставить некоторую функцию $U(\mathbf{r})$, такую, что разность значений этой функции в точках 1 и 2 определяет работу сил поля по перемещению частицы между этими точками:

$$A_{12} = U_1 - U_2\,. \qquad (3.15)$$

Функцию U называют *потенциальной энергией* частицы.

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести описывается формулой

$$U = mgh, \tag{3.16}$$

где h – высота, на которой находится тело над поверхностью Земли.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$U = \frac{kx^2}{2}. \tag{3.17}$$

В формуле (3.17) k – коэффициент жесткости, x – величина деформации.

Полная механическая энергия частицы (тела) – физическая величина E, равная сумме кинетической и потенциальной энергий частицы (тела):

$$E = T + U. \tag{3.18}$$

Полная механическая энергия системы тел – сумма кинетической и потенциальной энергий всех частиц системы:

$$E = \sum_i (T + U)_i. \tag{3.19}$$

Закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия системы тел, на которые действуют только консервативные силы, остаётся постоянной:

$$E = \sum_i (T + U)_i = const. \tag{3.20}$$

3.2 Таблица формул

Основные формулы раздела можно записать в следующую таблицу (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Формула	*Название формулы*	*Название величин в формуле*
$\vec{p} = m\vec{v}$	Импульс материальной точки	m – масса $\vec{v}$ – скорость
$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$	Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки)	$\vec{a}$ – ускорение, m – масса, $\vec{p}$ – импульс

Продолжение таблицы 3.1

$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_{21}$	Третий закон Ньютона	$\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй, $\vec{F}_{21}$ – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой
$F_{12} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$	Сила гравитационного взаимодействия	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{Нм^2}{Кл^2}$ – гравитационная постоянная, m_1, m_2 – массы частиц, r – расстояние между частицами
$F_{тр} = fN$	Сила трения скольжения	f_0 – коэффициент трения скольжения, N – сила реакции опоры
$F_{упр} = k\Delta l$	Сила упругости	k – коэффициент упругости, Δl – деформация
$\vec{P} = \sum\limits_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = const$	Закон сохранения импульса замкнутой системы	m – масса тел системы, $\vec{v}$ – скорость тел системы
$dA = \vec{\mathbf{F}}\, d\vec{\mathbf{r}}$; $dA = F\cos\alpha\, dr = F_s\, ds$	Элементарная работа	F – сила
$T = \dfrac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия	m – масса, v – скорость
$U = mgh$	Потенциальная энергия тела, поднятого над Землей	m – масса, h – высота
$U = \dfrac{k\Delta l^2}{2}$	Потенциальная энергия упруго деформированного тела	k – коэффициент упругости, Δl – деформация
$E = T + П = const$	Закон сохранения полной механической энергии	E – полная механическая энергия, T – кинетическая энергия, $П$ – потенциальная энергия

3.3 Вопросы для самоподготовки

1 Первый закон динамики, инерциальные системы отсчета. Принцип относительности. Преобразования Галилея. [3, с. 17; 2 с. 60 –62]

2 Сила. Масса. Второй закон Ньютона. [3, с. 18 –20]

3 Третий закон Ньютона. Виды взаимодействия в механике. [3, с. 20 –26]

4 Импульс тела. Замкнутая система тел. Закон сохранения импульса. [3, с. 26 –27; 1, с. 19 –21]

5 Показать, что импульс системы материальных точек равен произведению массы всей системы на скорость ее центра масс. [3, с. 26 –27]

6 Показать, что скорость изменения импульса всей системы равна главному вектору внешних сил, действующих на систему. [3, с. 27 –30]

7 Показать, что импульс замкнутой системы есть величина постоянная. [3, с. 27 –31]

8 Механическая работа. Работа равнодействующей силы и кинетическая энергия. [3, с. 43 –45]

9 Получить выражение для потенциальной энергии сил тяготения. [3, с. 47 –52]

10 Показать, что консервативные силы всегда направлены в сторону наиболее быстрого уменьшения потенциальной энергии. Работа потенциальных сил и потенциальная энергия. [3, с. 47 –52]

11 Механическая энергия тела и системы тел, возможности ее изменения. Закон сохранения механической энергии. Показать, что полная механическая энергия систем тел, на которые действуют только консервативные силы, остается постоянной. [3, с. 47 –56]

12 Описать состояние классической частицы в потенциальной яме. [3, с. 52 –56]

3.4 Литература

1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1990 – 541 с. – ISBN 5-06-003634-0.

2 **Савельев, Й. В.** Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика : учебное пособие / Й. В. Савельев. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 432 с.

3 **Тулупенко, В. М.** Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка : курс лекцій з дисципліни «Фізика» / В. М. Тулупенко, В. Г. Білих, Р. В. Баржеєв. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – 104 с. – ISBN 978-966-379-119-7.

4 **Тулупенко, В. Н.** Механика. Молекулярная физика. Термодинамика. Курс лекций по дисциплине «Физика»/ В. Н. Тулупенко, В. Г. Белых, Р. В. Баржеев. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 108 с. – ISBN 979-966-379-120-3.

3.5 Тестовые задания для самоконтроля

1 Выберите наиболее верную формулировку первого закона Ньютона:

а) всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние;

б) всякая материальная точка (тело) в принципе может бесконечно долго сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения;

в) всякая материальная точка (тело) может двигаться или сохранять состояние покоя, только если на него действуют силы.

2 Инерциальными системами отсчета называются:

а) системы отсчета, относительно которых материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно;

б) системы отсчета, в центре которых находится Солнце;

в) любая система отсчета, в которой может находиться рассматриваемая материальная точка.

3 Из первого закона Ньютона следует:

а) состояние покоя или равномерного прямолинейного движения физически равнозначны;

б) состояние покоя или равномерного прямолинейного движения физически не равнозначны;

в) масса есть мера инертности.

4 Из первого закона Ньютона следует:

а) все тела обладают свойством инертности – это означает, что для поддержания состояния покоя или равномерного прямолинейного движения не нужны внешние воздействия;

б) чтобы изменить состояние тела, необходимо уменьшить его массу;

в) чтобы изменить состояние тела, необходимо приложить к нему силу.

5 Из первого закона Ньютона следует:

а) существуют инерциальные системы отсчета;

б) существует одна-единственная инерциальная система отсчета;

в) инерциальных систем отсчета в природе не существует.

6 Законы Ньютона не применимы:

а) для описания движения при скоростях, близких к скорости света;

б) для описания движения в движущихся системах отсчета;

в) для описания движения в полярной и сферической системах координат.

7 В микромире (точность ограничена соотношением неопределенностей Гейзенберга: $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$, где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$) нельзя применять:

а) законы Ньютона;

б) закон сохранения импульса;

в) закон сохранения энергии.

8 Ускорение, приобретенное материальной точкой, не зависит от:

а) величины воздействия;

б) массы тела;

в) выбора системы отсчета.

9 Силой называется:

а) векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры;

б) векторная величина, являющаяся причиной изменения состояния движения материальной точки;

в) скалярная величина, являющаяся причиной изменения состояния движения материальной точки.

10 Чтобы полностью определить силу, необходимо указать:

а) численное значение силы, ее направление и точку приложения;

б) численное значение силы, ее направление и скорость движения материальной точки;

в) ускорение материальной точки и ее массу.

11 Линией действия силы называют:

а) прямую, проведенную через точку приложения силы в направлении ее действия;

б) прямую, проведенную через точку приложения силы в направлении, перпендикулярном ее действию;

в) прямую, проведенную через точку приложения силы по касательной к траектории движения.

12 Свойство тела «оказывать сопротивление» при любых попытках изменить его скорость, как по величине, так и по направлению, называется:

а) инертностью тела;

б) сопротивляемостью тела;

в) гравитационностью тела.

13 Мерой инертности тела является:

а) масса;

б) сила;

в) импульс.

14 Массой тела называют:

а) физическую величину, являющуюся одной из характеристик материи, определяющую ее инерционные и гравитационные свойства;

б) физическую величину, определяющую меру воздействия одного тела на другое;

в) физическую величину, определяющую способность тела двигаться ускоренно.

15 Выберите наиболее верную формулировку второго закона Ньютона:

а) ускорение материальной точки прямо пропорционально вызывающей его равнодействующей силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе этого тела;

б) ускорение материальной точки прямо пропорционально массе этого тела и обратно пропорционально вызывающей его равнодействующей силе;

в) ускорение материальной точки зависит от равнодействующей силы и массы точки. Эта зависимость определяется условиями конкретной задачи.

16 Верным является соотношение:

а) $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$;

б) $\vec{a} = \vec{F}m$;

в) $\vec{F} = \dfrac{m}{\vec{a}}$.

17 Импульсом тела называется:

а) произведение массы тела на его скорость;

б) произведение массы тела на его ускорение;

в) первая производная от равнодействующей силы, действующей на тело по времени.

18 Выберете наиболее верную формулировку принципа независимости действия сил:

а) если на материальную точку действует несколько сил, то каждая из них сообщает материальной точке такое же ускорение, как если бы других сил не было;

б) ускорение материальной точки, на которую действуют несколько сил, равно векторному произведению ускорений, которые сообщает этой же точке каждая сила в отдельности;

в) равнодействующая сил сообщает телу ускорение, которое не зависит от величин сил, составляющих эту равнодействующую.

19 Выберите наиболее верную формулировку третьего закона Ньютона:

а) если на тело 1 действует тело 2 с некоторой силой F_{21}, то и тело 2, в свою очередь, будет действовать на тело 1 с такой же по величине и противоположно направленной силой F_{12};

б) если на тело 1 действует тело 2 с некоторой силой F_{21}, то и тело 2 приобретает ускорение, прямо пропорциональное величине этой силы и обратно пропорциональное массе тела 2;

в) если тела 1 и 2 взаимодействуют с некоторыми силами F_{21} и F_{12}, то они уже не могут сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

20 Согласно третьему закону Ньютона $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$, где $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй, $\vec{F}_{21}$ – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены:

а) к первой материальной точке;
б) ко второй материальной точке;
в) к разным материальным точкам.

21 Согласно третьему закону Ньютона $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$, где $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй, $\vec{F}_{21}$ – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Природа этих сил:

а) всегда одинакова;

б) определяется условиями данной задачи и может быть различна для тел 1 и 2;

в) эти силы всегда являются гравитационными.

22 Фундаментальными называются силы:

а) которые нельзя свести к другим, более простым силам;
б) только электромагнитные силы;
в) только гравитационные силы.

23 Выберите наиболее верную запись закона всемирного тяготения:

а) $F_{12} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$;

б) $F_{12} = G\dfrac{(m_1 + m_2)}{r^2}$;

в) $F_{12} = G\dfrac{M_з m_2}{R_з^2}$, где $M_з$ и $R_з$ – масса и радиус земли соответственно.

24 К фундаментальным силам относятся:

а) гравитационные и электромагнитные силы;
б) силы упругости и гравитационные силы;
в) сила трения и гравитационные силы.

25 Сила тяжести – это:

а) сила тяготения тела к Земле;
б) сила тяготения тел друг к другу;
в) мера взаимодействия тел между собой.

26 Сила тяжести является:

а) гравитационной силой;
б) электромагнитной силой;
в) не является ни гравитационной, ни электромагнитной силой.

27 Выберите наиболее верную формулу для определения силы тяжести в неподвижной системе отсчета:

а) $F = mg$;
б) $F = ma$;
в) $F = m(a \pm g)$.

28 Сила тяжести направлена:

а) всегда к центру Земли;
б) всегда к центру Солнца;
в) может менять свое направление в зависимости от ускорения тела.

29 Деформация – это:

а) изменение размера или формы тела под действием других тел;
б) процесс сжатия или растяжения пружины;
в) механическое воздействие одного тела на другое.

30 По закону Гука, $F_x = -kx$, где х – это:

а) смещение конца пружины из положения равновесия;
б) смещение всей пружины относительно первоначального положения;
в) смещение центра тяжести пружины при ее деформации.

31 Весом тела называют:

а) силу, с которой тело давит на опору или растягивает подвес;

б) силу, с которой тело притягивается к Земле;

в) силу взаимного притяжения молекул тела друг к другу.

32 Вес тела можно отнести к:

а) силам упругости;

б) силам гравитационного взаимодействия;

в) силам всемирного тяготения.

33 Вес тела зависит от:

а) ускорения, с которым движется тело;

б) от материала, из которого сделана опора, где лежит тело (или материала подвеса);

в) от геометрических размеров тела.

34 Сила трения скольжения определяется выражением:

а) $F = \mu N$;

б) $F = \mu mg$;

в) $F = \mu mg \cos\alpha$.

35 Направление силы трения скольжения:

а) всегда противоположно вектору скорости;

б) всегда сонаправлено с вектором скорости;

в) всегда сонаправлено с вектором ускорения.

36 Внутренними силами называются:

а) силы взаимодействия между материальными точками механической системы;

б) силы взаимодействия между механическими системами;

в) силы притяжения или отталкивания между материальными точками механической системы.

37 Внешними силами называются:

а) силы, с которыми материальные точки системы взаимодействуют с внешними телами;

б) силы, с которыми материальные точки системы действуют друг на друга;

в) силы притяжения материальных точек системы к Земле, Солнцу или другим космическим телам.

38 Механическая система называется замкнутой, если:

а) на нее не действуют внешние силы или действие внешних сил скомпенсировано;

б) если эта система находится в замкнутом пространстве;

в) если силы взаимодействия между материальными точками системы не изменяют ее размеры.

39 Скорость изменения импульса материальной точки равна:

а) действующей на нее силе;

б) ускорению материальной точки;

в) скорости материальной точки.

40 Выберите наиболее верную из представленных форму записи второго закона Ньютона:

а) $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$;

б) $\frac{d\vec{F}}{dt} = \vec{p}$;

в) $\vec{F} = \vec{p}dt$.

41 Физическая величина $\vec{F}dt$ *называется:*

а) импульсом силы;

б) импульсом материальной точки;

в) мгновенной силой.

42 Центром инерции или центром масс системы материальных точек называется:

а) точка С, радиус-вектор которой определяется выражением $\vec{r}_c = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i^{\,2}$;

б) геометрический центр этой системы;

в) местоположение материальной точки с наибольшей массой.

43 Импульс системы материальных точек равен:

а) произведению массы всей системы на скорость ее центра масс;

б) произведению массы всей системы на наиболее вероятную скорость материальных точек этой системы;

в) произведению массы всей системы на среднюю скорость материальных точек этой системы.

44 Выберите наиболее верную формулировку теоремы о движении центра масс механической системы:

а) центр масс механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует результирующая внешних сил, приложенных к системе;

б) центр масс механической системы всегда движется равномерно и прямолинейно или покоится;

в) действие внешних и внутренних сил на центр масс механической системы всегда скомпенсировано.

45 Выберите наиболее верную формулировку закона сохранения импульса:

а) импульс замкнутой системы есть величина постоянная;

б) импульс системы всегда есть величина постоянная;

в) импульс механической системы никогда не изменяется.

46 Полной механической энергией называется:

а) физическая величина, равная сумме кинетической и потенциальной энергий частицы;

б) физическая величина, равная максимальному значению кинетической энергии;

в) физическая величина, равная максимальному значению потенциальной энергии.

47 Элементарной механической работой называется:

а) величина, равная скалярному произведению $\vec{F} \cdot d\vec{r}$;

б) величина, равная векторному произведению $[\vec{F} \cdot d\vec{r}]$;

в) величина, равная произведению $\vec{F} \cdot d\vec{r}$.

48 Величину элементарной механической работы можно вычислить как:

а) $dA = Fdr\cos\alpha$;

б) $dA = Fdr\sin\alpha$;

в) $dA = Fdr$.

49 Единицы измерения работы:

а) *Дж;*

б) *Вт;*

в) *л.с.*

50 Работа, совершаемая на конечном пути s, равна:

а) $A = \int_0^s F_s ds$;

б) $A = dF_s ds$;

в) $A = \int_0^s s dF_s$.

51 Если на частицу одновременно действуют несколько сил, то работа результирующей силы равна:

а) алгебраической сумме работ, совершаемых каждой из сил на том же перемещении;

б) векторной сумме работ, совершаемых каждой из сил на том же перемещении;

в) векторному произведению работ, совершаемых каждой из сил на том же перемещении.

52 Мощностью называется:

а) физическая величина, характеризующая скорость выполнения работы силой;

б) физическая величина, характеризующая ускорение выполнения работы силой;

в) физическая величина, характеризующая быстроту изменения силы по времени.

53 Единицы измерения мощности:

а) *Вт;*

б) *Дж;*

в) *Н.*

54 Кинетической энергией называется физическая величина, равная:

а) $\frac{mv^2}{2}$;

б) mgh;

в) $\frac{kx^2}{2}$.

55 Выберите наиболее верную формулировку теоремы о кинетической энергии:

а) приращение кинетической энергии частицы на некотором перемещении равно алгебраической сумме работ всех сил, под действием которых совершалось это перемещение;

б) приращение кинетической энергии частицы на некотором перемещении равно убыли потенциальной энергии на этом же перемещении;

в) в поле консервативных сил кинетическая энергия есть величина постоянная.

56 Силы, работа которых не зависит от формы траектории, по которой частица переходит из одного положения в другое, а определяется только начальным и конечным положением частицы, называются:

а) консервативными;

б) тангенциальными;

в) диссипативными.

57 Силы, величина которых зависит только от расстояния между двумя частицами, которые направлены вдоль линии, соединяющей частицы, называются:

а) центральными;
б) тангенциальными;
в) диссипативными.

58 Работа консервативной силы равна:

а) убыли потенциальной энергии;
б) приращению потенциальной энергии;
в) полному дифференциалу потенциальной энергии.

59 Консервативные силы всегда направлены:

а) в сторону наиболее быстрого уменьшения потенциальной энергии;
б) в сторону наиболее быстрого увеличения потенциальной энергии;
в) в сторону, где потенциальная энергия есть величина постоянная.

3.6 Особенности методики решения задач по динамике и законам сохранения

Задачи по динамике и законам сохранения можно условно разделить на пять классов:

1 Движение тел под действием постоянной силы тяжести и упругих сил
2 Движение тел при наличии сил трения
3 Закон сохранения импульса
4 Работа. Мощность. Закон сохранения энергии
5 Совместное применение законов сохранения

3.6.1 Движение тел под действием постоянной силы тяжести и упругих сил

1 Важно помнить, что второй закон Ньютона, выражаемый уравнением

$$\sum \vec{F} = m\vec{a},$$

справедлив только в инерциальных системах отсчета. В подавляющем большинстве задач, в которых рассматривают движение тел относительно поверхности Земли, систему отсчета, связанную с Землей, можно считать практически инерциальной. Тогда следует считать инерциальной и всякую другую систему отсчета, которая движется поступательно и без ускорения относительно Земли.

2 Сила тяжести, согласно ее определению, равна mg, где m — масса тела, g — ускорение свободного падения в системе отсчета, связанной с Землей. Вследствие суточного вращения Земли сила тяжести немного отличается от силы, с которой тело притягивается к Земле. Однако при решении задач этим различием обычно пренебрегают, полагая систему отсчета, связанную с Землей, инерциальной.

3 Во многих задачах динамики можно пренебречь силами трения, возникающими при движении тел, и считать тогда, что тела находятся лишь под действием силы тяжести и упругих сил реакции связей (давлений опор, натяжений нитей и т. д.). Также ограничимся лишь теми случаями, когда размеры тел оказываются несущественными для решения задачи, т. е. будем рассматривать тела как материальные точки.

4 Для решения задач динамики составляется уравнение движения материальной точки, выражающее второй закон Ньютона. При этом рекомендуется следующий порядок действий:

а) сделать чертеж и на нем изобразить ***все*** силы, действующие на данное тело.

Выражение «на тело действует сила» всегда означает, что данное тело взаимодействует с другим телом, в результате чего приобретает ускорение. Следовательно, к данному телу всегда приложено столько сил, сколько имеется других тел, с которыми оно взаимодействует. Чтобы правильно определить направление сил, действующих на тело, надо помнить, что сила тяжести направлена вниз по линии отвеса, сила реакции опоры при отсутствии трения — по нормали к соприкасающимся поверхностям в точке их касания в сторону тела, сила натяжения нити — вдоль нити в сторону точки подвеса;

б) записать второй закон Ньютона в векторной форме: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$;

в) если силы действуют не по одной прямой, то выбирают две взаимно перпендикулярные оси (два направления) x и y, лежащие в плоскости действия сил. Спроектировав все векторы, входящие в уравнение $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, на эти оси, записывают второй закон в виде двух скалярных уравнений:

$$\sum F_x = ma_x\,, \qquad \sum F_y = ma_y\,.$$

В случае прямолинейного движения одну из осей (x) направляют вдоль ускорения a, а другую (y) — перпендикулярно вектору a. Тогда $a_x = a$, $a_y = 0$, и запись второго закона Ньютона упрощается:

$$\sum F_x = ma, \qquad \sum F_y = 0.$$

В более общем случае криволинейного движения одну ось направляют вдоль тангенциального ускорения $\vec{a}$ (т. е. по касательной к кривой), другую — вдоль нормального ускорения $\vec{a}_n$.Если все силы, действующие на тело, лежат на одной прямой и, следовательно, вдоль этой прямой направлен вектор $\vec{a}$, то, выбрав ее за ось проекций и направив в сторону вектора $\vec{a}$, сразу записывают второй закон в скалярной форме:

$$\sum F = ma,$$

где $\sum F$ — сумма проекций сил, действующих на тело.

Знаки всех проекций в уравнениях Ньютона определяются правилом: если вектор образует с направлением оси проекций острый угол, его проекция положительна, если этот угол тупой – проекция отрицательна.

5 Если в задаче рассматривается движение системы связанных между собой тел, то уравнение движения записывают для каждого тела в отдельности. Кроме того, записывают уравнения, выражающие так называемые кинематические условия, связывающие ускорения отдельных тел системы (например, равенство по модулю ускорений двух грузов, висящих на нерастяжимой нити, перекинутой через блок). Таким образом, получают систему уравнений, число которых равно числу неизвестных.

Если тела связаны нитью, массой которой можно пренебречь, то силу натяжения нити считают одинаковой по всей ее длине. Если нить перекинута через блок, то равенство $T_1 = T_2$ выполняется только в том случае, когда можно пренебречь массами нити и блока, а также силами трения, возникающими при вращении блока.

3.6.2 Движение тел при наличии сил трения

При движении тела по поверхности какого-либо другого тела между ними возникает взаимодействие, при этом к первому телу оказывается приложенной сила, которую называют силой трения.

Сила трения скольжения подчиняется закону трения скольжения: $F_{тр} = \mu N$ и направлена всегда в сторону, противоположную скорости тела. Появление силы трения не может изменить направление скорости тела: в крайнем случае, под действием силы трения тело остановится, и тогда сила трения скольжения исчезнет. Этим обстоятельством пользуются в тех задачах, где заранее неизвестно направление движения тела.

Сила трения покоя $F_{пок}$ всегда равна по модулю и противоположна по направлению той силе, которая должна была бы вызвать скольжение. Поэтому сила $F_{пок}$ есть величина переменная даже при постоянном значении силы N – силы реакции опоры. Однако она имеет предел – величину $F_{пок\,max}$, определяемую законом трения покоя: $F_{пок\,max} = \mu_0 N$, где μ_0 – коэффициент трения покоя. Решая задачи, мы будем приближенно считать $\mu_0 = \mu$, т. е. будем полагать максимальное значение силы трения покоя равной силе трения скольжения.

3.6.3 Закон сохранения импульса

Ценность закона сохранения импульса для решения задач динамики в том, что он, связывая начальное и конечное значения импульса замкнутой системы, позволяет исключать из рассмотрения внутренние силы, т. е. силы взаимодействия частей системы. Поэтому закон применяют в тех задачах, в которых силы взаимодействия между отдельными телами системы являются величинами переменными, причем характер их изменения во времени сложен или вообще неизвестен (например, силы, возникающие при ударе).

Уравнение $\vec{p} = const$, выражающее закон сохранения импульса, является векторным. Поэтому, находя вектор $\vec{p} = \sum \vec{p}_i$, надо руководствоваться правилом сложения векторов или, выбрав оси проекций *Ox* и *Oy*, записать закон сохранения импульса в скалярной форме двумя уравнениями:

$$p_x = const, \quad p_y = const.$$

При рассмотрении взаимодействия тел удобно найти значение импульса (проекции импульса) системы до взаимодействия, а затем – после взаимодействия. Приравняв полученные уравнения, получают базовое уравнение для решения задачи.

Закон сохранения импульса справедлив для замкнутых систем. Однако его можно применять и для систем, на которые действуют внешние силы, при условии, что их сумма равна нулю.

Если же сумма внешних сил не равна нулю, но сумма проекций всех внешних сил на некоторую ось *(Ox)* равна нулю, то можно считать, что $p_x = const$, т. е. проекция импульса системы на направление, в котором внешние силы не действуют (или уравновешиваются), есть величина постоянная.

3.6.4 Работа. Энергия. Закон сохранения энергии

В механике применяют закон сохранения энергии главным образом в тех задачах, где между телами, образующими замкнутую систему, действуют потенциальные силы (гравитационные и упругие), *изменяющиеся* *во времени*. В этих случаях расчет скоростей тел или их координат при помощи второго закона Ньютона приводит к необходимости интегрирования, для выполнения которого надо знать закон изменения силы $F = F(t)$. Применение закона сохранения энергии, связывающего начальное и конечное состояния системы взаимодействующих тел, упрощает решение подобных задач, так как позволяет не рассматривать действующие между телами силы.

В задачах на движение тела по окружности в вертикальной плоскости на тело также действуют изменяющиеся во времени силы. При этом наряду с законом сохранения энергии приходится все же использовать второй закон Ньютона. Однако и в этом случае можно решить задачу, не зная зависимости $F — F(t)$.

Подчеркнем, что закон сохранения механической энергии можно применять к системе взаимодействующих тел при одновременном выполнении следующих условий:

а) система должна быть замкнутой (закон применим и для систем, на которые действуют внешние силы, в том случае, если их суммарная работа равна нулю, т. е. $\sum A_{вн} = 0$;

б) внутри системы должны отсутствовать силы трения (кроме сил трения покоя) и силы неупругих деформаций, так как иначе механическая энергия системы будет рассеиваться, превращаясь во внутреннюю энергию.

Выбор нулевого уровня отсчета высоты h, входящей в формулу $W = mgh$ потенциальной энергии поднятого тела, произволен. При изменении нулевого уровня на величину Δh в обеих частях уравнения, выражающего закон сохранения энергии, появится один и тот же член $mg\Delta h$, что, разумеется, не повлияет на решение задачи. Обычно за нулевой уровень принимают самое нижнее положение движущегося тела.

Если потенциальная энергия какого-либо тела системы не изменяется, то, составляя уравнение, выражающее закон сохранения энергии для системы, эту энергию вообще можно не рассматривать

3.6.5 Совместное применение законов сохранения

Сюда относятся, в основном, задачи на упругий удар или иное взаимодействие тел, представляющих собой замкнутую систему, когда отсутствуют силы трения и силы неупругих деформаций и когда у тел в результате взаимодействия изменяются скорости. При этом сохраняются как импульс, так и энергия системы, что дает два уравнения, позволяющих определить, например, скорости обоих тел после взаимодействия, если известны скорости до взаимодействия.

В случае неупругого удара возникающие остаточные деформации тел всегда сопровождаются частичным или полным переходом механической энергии во внутреннюю энергию (тела нагреваются). Поэтому механическая энергия системы не сохраняется. Тогда энергия, затраченная на деформацию, определяется как разность между начальным и конечным значениями механической энергии системы.

3.7 Примеры решения задач

1 Движение тела массой $m = 1кг$ задано уравнением $S = 6t^2 + 3t + 2$. Найти зависимость скорости и ускорения от времени. Вычислить силу, действующую на тело в конце второй секунды.

Дано:
$m = 1кг$
$S = 6t^2 + 3t + 2$
$t = 2с$

$v(t) - ?$
$a(t) - ?$
$F - ?$

Решение

Мгновенную скорость находим как производную пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt} = 18t^2 + 3.$$

Мгновенное ускорение определяется первой производной скорости от времени или второй производной от пути по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} = 36t.$$

Сила, действующая на тело, определяется по второму закону Ньютона:

$$F = ma,$$

где a, согласно условию задачи, – ускорение в конце второй секунды.

Тогда:

$$F = m \cdot 36t = 1 \cdot 36 \cdot 2 = 72H.$$

Ответ: $v = 18t^2 + 3$; $a = 36t$; $F = 72H$.

2 Определить ускорения a_1 и a_2, с которыми движутся грузы $m_1 = 1{,}5кг$ и $m_2 = 2кг$ в установке, изображенной на рисунке 3.2, а также силу натяжения нити T. Трением и массой блоков пренебречь. Нить считать невесомой и нерастяжимой.

Дано:	*Решение*
$m_1 = 1{,}5$ *кг* $m_2 = 2$ *кг*	
a_1, a_2 – ?	

На груз m_1 действуют: сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$; на груз m_2– сила тяжести $m_2\vec{g}$ и силы натяжения $\vec{T}_2$ и $\vec{T}_3$ нитей. При этом $\vec{T}_1 = \vec{T}_2 = \vec{T}_3$. Запишем уравнения, выражающие второй закон Ньютона:

$$m_1\vec{g} + \vec{T} = m_1\vec{a}_1;$$

$$m_2\vec{g} + 2\vec{T} = -m_2\vec{a}_2.$$

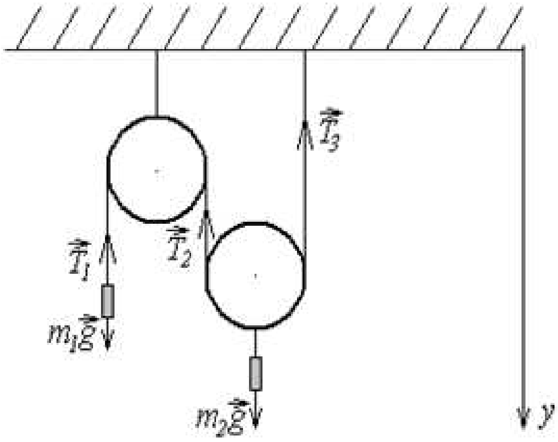


Рисунок 3.2

Выберем ось *Y*, так, чтобы положительное направление было вниз, и предположим, что ускорение груза m_1 направлено вниз (см. рис. 3.2). Следовательно, ускорение груза m_2– вверх. В проекции на ось *Y*:

$$m_1 g - T = m_1 a_1;$$

$$m_2 g - 2T = -m_2 a_2.$$

Пусть за время *t* груз m_1 проходит расстояние S_1, а груз m_2 – расстояние S_2, тогда можно записать, что $S_1 = 2S_2$. Т. к. движение грузов равноускоренное из состояния покоя, то:

$$S_1 = \frac{a_1 t^2}{2};\ S_2 = \frac{a_2 t^2}{2},$$

значит $a_1 = 2a_2$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a_1; \\ m_2 g - 2T = -m_2 a_2; \\ a_1 = 2a_2. \end{cases}$$

Отсюда

$$a_1 = \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2}; \quad a_2 = \frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2} g; \quad T = \frac{3m_1 m_2}{4m_1 + m_2} g .$$

Вычислим:

$$a_1 = \frac{2\cdot(2\cdot 1{,}5 - 2)\cdot 10}{4\cdot 1{,}5 + 2} = 2{,}5\, м/с^2;$$

$$a_2 = \frac{2\cdot 1{,}5 - 2}{4\cdot 1{,}5 + 2}\cdot 10 = 1{,}25\, м/с^2;$$

$$T = \frac{3\cdot 1{,}5\cdot 2}{4\cdot 1{,}5 + 2}\cdot 10 = 11{,}25 Н.$$

Ответ: $2{,}5\, м/с^2$; $1{,}25\, м/с^2$; $11{,}25 Н$.

3 Автомобиль массой $m = 1020\ кг$, двигаясь равнозамедленно, остановился через время $t = 5с$, пройдя путь $S = 25м$. Найти начальную скорость v_0 автомобиля и силу торможения F.

Дано:

$m = 1020кг$
$t = 5с$
$S = 25м$

v_0, F – ?

Решение

По второму закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$. Выберем ось OX, как показано на рисунке 3.3.

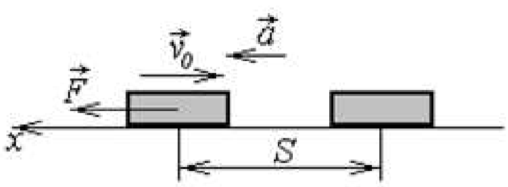


Рисунок 3.3

В проекции на ось OX:

$$F = ma. \tag{3.21}$$

Зависимость пути от времени при равноускоренном движении:

$$S(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}. \quad (3.22)$$

Зависимость скорости от времени:

$$v(t) = \frac{dS}{dt} = v_0 - at.$$

Т. к. по условию $v = 0$ в конечный момент времени, то:

$$0 = v_0 - at;$$

$$v_0 = at. \quad (3.23)$$

Подставим это выражение в выражение (3.22):

$$S(t) = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2};$$

$$a = \frac{2S}{t^2}.$$

Подставим это выражение в выражения (3.23) и (3.21):

$$v_0 = \frac{2S}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10\,м/с;$$

$$F = m\frac{2S}{t^2} = \frac{1020 \cdot 2 \cdot 25}{25} = 2040H.$$

Ответ: $10\,м/с$; $2040H$.

4 Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 4°$. При каком предельном коэффициенте трения k тело начнет скользить по наклонной плоскости? С каким ускорением a будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения $k_1 = 0{,}03$? Какое время t потребуется для прохождения при этих условиях пути $S = 100м$? Какую скорость v будет иметь тело в конце пути?

Дано:	*Решение*
$\alpha = 4°$ $k_1 = 0{,}03$ $S = 100м$	Выполним рисунок, отметив силы, действующие на тело (рис. 3.4). Выберем ось OX в направлении его движения. Запишем второй закон Ньютона в векторном виде:
$k, a, t, v\ -?$	$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр.} + \vec{N} = m\vec{a}. \quad (3.24)$$

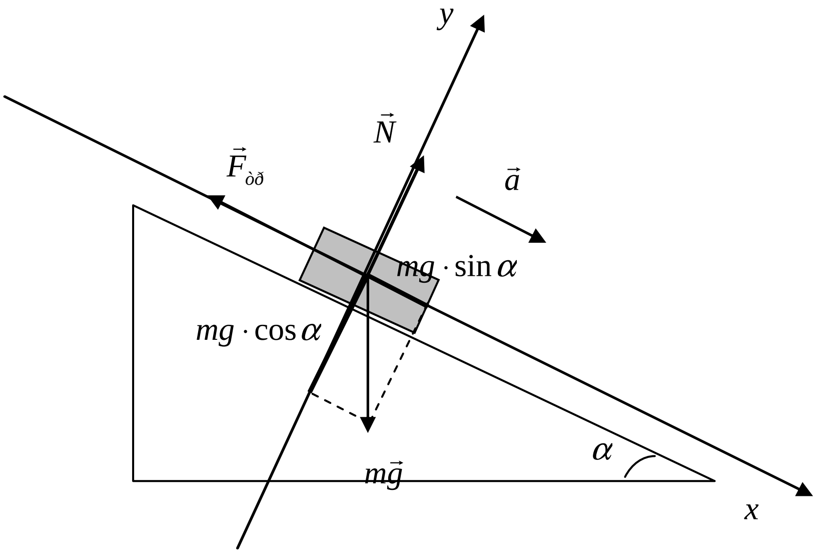


Рисунок 3.4

Для покоящегося тела $a = 0$, выражение (3.24) принимает вид:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр.} + \vec{N} = 0.$$

В проекции на ось *x*:

$$mg\sin\alpha - F_{тр.} = 0,$$

где $F_{тр.} \geq kmg$. Отсюда $mg\sin\alpha = kmg$; $k = \sin\alpha = \sin 4° = 0{,}07$.

При $k_1 = 0{,}03$ второй закон Ньютона примет вид:

$$mg\sin\alpha - F_{тр.} = ma$$

или

$$mg\sin\alpha - k_1 mg = ma,$$

откуда

$$a = g(\sin\alpha - k) = 10 \cdot (0{,}07 - 0{,}03) = 0{,}4(м/c^2).$$

Пройденный путь при равноускоренном движении:

$$S = \frac{at^2}{2},$$

откуда

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{0,4}} = 22,4 \ (c).$$

Скорость

$$v = at = 0,4 \cdot 22,4 = 9\,(м/с).$$

Ответ: 0,07; $0,4\,м/с^2$; 22,4 $с$; $9\,м/с$.

5 На железнодорожной платформе, движущейся по инерции со скоростью $v = 1м/с$, закреплено орудие, ствол которого направлен в сторону движения платформы и приподнят над горизонтом на угол $\alpha = 60°$. (рис. 3.5) Орудие произвело выстрел, в результате чего скорость платформы с орудием уменьшилась в 3 раза. Найти скорость v' снаряда (относительно орудия) при выстреле из ствола. Масса снаряда $m = 5кг$, масса платформы с орудием $M = 300кг$.

Дано:
$m = 5кг$
$M = 300кг$
$v = 1м/с$
$\alpha = 60°$

$v' - ?$

Решение

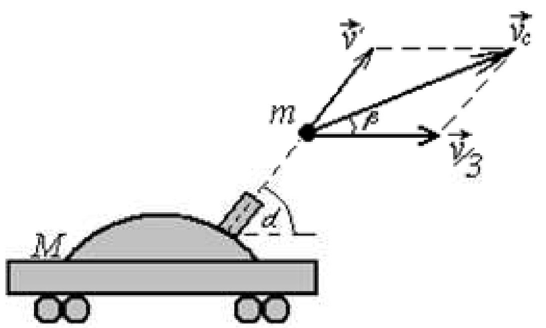


Рисунок 3.5

Выясним возможность применения закона сохранения импульса. На систему «платформа с орудием – снаряд» извне действуют две силы: сила тяжести $(M+m)\vec{g}$ и сила нормального давления рельсов $\vec{N}$. До выстрела эти силы уравновешивались, т. к. система двигалась равномерно. Во время выстрела сила взаимодействия между платформой и рельсами возрастает вследствие явления отдачи, поэтому равновесие сил нарушается $\vec{N} > (M+m)\vec{g}$. Следовательно, во время выстрела система не является замкнутой, ее импульс не изменяется. Учтем, однако, что обе рассмотренные силы действуют по вертикали, в то время как в горизонтальном направлении никакие силы на систему не действуют (трением платформы о рельсы пренебрегаем). Поэтому проекция импульса системы на горизонтальное направление (ось X) есть величина постоянная:

$$p_x = const\,. \qquad (3.25)$$

Пусть состоянием системы *до* и *после* выстрела соответствуют значения величины p_x, равные p_{x_1} и p_{x_2}. Рассматривая все движение относительно Земли, получим:

$$p_{x_1} = (M + m)v\,; \tag{3.26}$$

$$p_{x_2} = M \cdot \frac{v}{3} + mv_c \cos\beta\,, \tag{3.27}$$

где $v_c \cos\beta$ – проекция на ось X скорости $\vec{v}_c$ снаряда относительно Земли.

Чтобы связать величину v_c с искомой скоростью v', будем рассматривать движение снаряда относительно Земли как сложное, состоящее из двух: из скорости $\vec{v}'$ относительно орудия и из скорости $\frac{\vec{v}}{3}$ вместе с орудием относительно Земли. Тогда:

$$\vec{v}_c = \vec{v}' + \frac{\vec{v}}{3}\,, \tag{3.28}$$

или в проекции на ось X:

$$v_c \cos\beta = v' + \frac{v}{3}\,. \tag{3.29}$$

Заменив в выражении (3.27) величину $v_c \cos\beta$ ее значением (3.29) и, приравняв, согласно выражению (3.25), правые части выражений (3.26) и (3.27), найдем:

$$v' = \frac{2(M + m)}{2m\cos\alpha}v\,.$$

Вычислим:

$$v' = \frac{2\cdot(300+5)}{2\cdot 5\cdot\cos 60^\circ}\cdot 1 = 12\,(м/с)\,.$$

Ответ: $v' = 12\,м/с$.

6 Вагон массой $m = 20т$, двигаясь равнозамедленно с начальной скоростью $v_0 = 54\,км/ч$, под действием силы трения $F_{тр.} = 6кН$ через некоторое время останавливается. Найти работу A сил трения и расстояние s, которое вагон пройдет до остановки.

Дано:	*Решение*
$m = 20т = 20 \cdot 10^3 кг$ $v_0 = 54 км/ч = 15 м/с$ $F_{тр.} = 6кН = 6 \cdot 10^3 Н$	Работа силы трения при торможении вагона разности кинетических энергий:
$A, s - ?$	

$$A = W_2 - W_1,$$

где W_2, W_1 – кинетическая энергия вагона в конечный и начальный момент соответственно. $W_2 = 0$, т. к. в конечный момент вагон останавливается;

$$W_1 = \frac{mv_0^2}{2}.$$

$$A = -\frac{mv_0^2}{2} = -\frac{20 \cdot 10^3 \cdot 225}{2} = -2250 \cdot 10^3 \, Дж = -2{,}25 МДж.$$

По второму закону Ньютона:

$$a = \frac{F_{тр.}}{m}. \qquad (3.30)$$

При равнозамедленном движении путь, пройденный до полной остановки: $S = \frac{at^2}{2}$, где $t = \frac{v_0}{a}$, откуда:

$$s = \frac{v_0^2}{2a}. \qquad (3.31)$$

Подставляя (3.29) в (3.30), получаем:

$$s = \frac{v_0^2 m}{2 \cdot F_{тр.}} = \frac{225 \cdot 20 \cdot 10^3}{2 \cdot 6 \cdot 10^3} = 375 м.$$

Ответ: $A = -2{,}25 МДж$, $s = 375 м$

7 Трамвай движется с ускорением $a = 49{,}0 см/с$. Найти коэффициент трения k, если известно, что 50% мощности мотора идет на преодоление силы трения и 50% – на увеличение скорости движения.

Дано:	Решение
$a = 49{,}0\,см/с =$ $= 0{,}49\,м/с$ $N_{тр.} = N_{ск.} = \dfrac{N}{2}$	Мощность мотора: $$N = F \cdot v.$$ Т. к. половина мощности идет на преодоление силы трения, то $$\frac{N}{2} = kmg \cdot v,$$ а вторая половина – на увеличение скорости, то: $$\frac{N}{2} = ma \cdot v.$$
k – ?	

Приравниваем и получаем:

$$kmg \cdot v = ma \cdot v.$$

Отсюда:

$$k = \frac{ma \cdot v}{mg \cdot v} = \frac{a}{g} = \frac{0{,}49}{10} = 0{,}049.$$

Ответ: $k = 0{,}049$.

8 С башни высотой $h = 25м$ горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15\,м/с$ (рис. 3.6). Найти кинетическую $W_к$ и потенциальную $W_п$ энергии камня через время $t = 1с$ после начала движения. Масса камня $m = 0{,}2кг$.

Дано:	Решение
$h = 25м$ $v_0 = 15\,м/с$ $m = 0{,}2кг$ $t = 1с$	В момент времени t кинетическая энергия камня $$W_к = \frac{mv^2}{2},$$ а его потенциальная энергия $$W_п = mg(h - \Delta h).$$
$W_к, W_п - ?$	

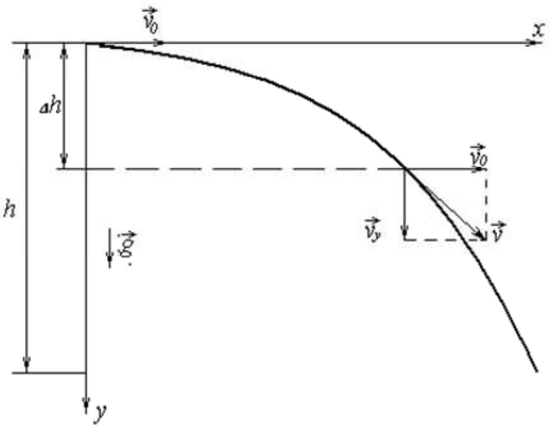


Рисунок 3.6

Т. к.

$$v_y = gt\,,$$

$$v_x = v_0\,,$$

то $v^2 = v_0^2 + (gt)^2$.

Тогда:

$$W_к = \frac{m(v_0^2 + (gt)^2)}{2};\quad W_к = \frac{0{,}2\cdot(15^2 + (10\cdot 1)^2)}{2} = 32 Дж\,.$$

Вертикальная составляющая перемещения камня: $\Delta h = \dfrac{gt^2}{2}$,

отсюда

$$W_п = mg(h - \frac{gt^2}{2});$$

$$W_п = 0{,}2\cdot 10\cdot(25 - \frac{10\cdot 1^2}{2}) = 39(Дж)\,.$$

Ответ: $W_к = 32 Дж$; $W_п = 39 Дж$.

3.8 Задачи для аудиторного решения

1 Зависимость координаты от времени задается уравнением $x = At + Bt^2 + Ct^3$ (А = –1 *м/с*, В = 2 *м/с*^{2}, С = 3 *м/с*^{3}). Найти величину силы,

действующей на тело в конце первой секунды движения, если масса тела 0,5 кг.

2 В установке (рис. 3.7) углы α и β с горизонтом, соответственно, равны 30 и 45 градусов, массы тел $m_1 = 0{,}45$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите: 1) ускорение, с которым движутся тела; 2) силу натяжения нити.

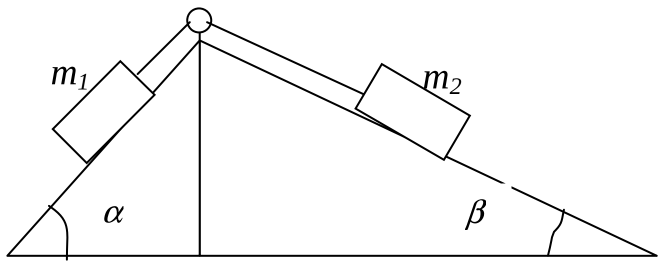


Рисунок 3.7

3 Какую силу F нужно приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t = 30$ *с* прошел путь $s = 11$ *м*? Масса вагона *16 т*. Во время движения на вагон действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,05 действующей на него силы тяжести mg.

4 Тело весом 1 300 *Н* равномерно поднимают по наклонной плоскости, образующей угол 60^o с горизонтом, прикладывая силу 115 *Н* вдоль линии движения. С каким ускорением будет соскальзывать тело вдоль наклонной плоскости, если его отпустить?

5 Снаряд массой 18 *кг* обладает скоростью 123 *м/с* в верхней точке траектории. В этой точке траектории он разорвался на две части, меньшая масса 2 *кг* получила скорость 259 *м/с* в прежнем направлении. Найти скорость второй, большей части, после разрыва.

6 Пуля массой 8 *г*, вылетевшая из винтовки с начальной скоростью 664 *м/с*, упала на Землю со скоростью 446 *м/с*. Какая работа была совершена по преодолению сил сопротивления воздуха?

7 Брус массой m килограммов поднимается вдоль наклонной плоскости при помощи веревки, наматываемой на вал электромотора. Движение бруса равноускоренное, в начальный момент $t_0 = 0$ скорость бруса была равной нулю, а в момент времени t стала равной v. Определить развиваемую электромотором мощность в момент времени t, если угол наклона плоскости α, а коэффициент трения между брусом и плоскостью μ.

8 Тело брошено под углом $\alpha = 45^o$ к горизонту со скоростью $v_0 = 15$ *м/с*. Используя закон сохранения энергии, определить скорость тела v в высшей точке его траектории.

9 Два шарика маятника массами 7 *г* и 189 *г* висят на нитях различной длины. Первый шарик отвели в плоскости нити на угол 10 градусов и отпустили. Найти угол отклонения первого шарика после упругого удара со вторым, считая угол малым.

3.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы

Задание 1

3.9.1.1 Под действием какой силы при прямолинейном движении тела изменение его координаты со временем происходит по закону $x = A + Bt - Ct^2$? Масса тела m.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	A, м	B, м/с	C, м/с^2	m, кг
1	0,5	0,3	0,8	1
2	1	3	2	2
3	2	4	2,1	3
4	3	4,8	2,2	3,5
5	4,5	5	2,3	4,4

3.9.1.2 Найти закон движения тела массой m под действием постоянной силы F, если в момент $t = 0$ тело покоилось в начале координат ($x = 0$).

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, кг	F, Н
1	2	10
2	2,2	20
3	3,4	30
4	5,2	40
5	3,1	50

3.9.1.3 Найти закон движения тела массой m под действием постоянной силы F, если в момент $t = 0$ его координата и начальная скорость равны x_0 и v_0.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	F, Н	x_0, м	v_0, м/с
1	1	10	5	2
2	1,2	20	6	1
3	1,4	28	12	1,2
4	1,2	24	11	2,2
5	1,1	22	11	3,2

3.9.1.4 Тело массой m движется с ускорением, изменяющимся по закону $a = Bt - C$. Определить силу, действующую на тело через t секунд после начала действия, и скорость в конце n-й секунды.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	B, м/с^3	C, м/с^2	m, кг	t, с	n
1	1,4	1,1	0,5	10	3
2	3,2	1,2	0,3	12	5
3	1,2	2,2	0,8	15	7
4	2,1	1,1	0,1	18	4
5	2,2	1,15	0,25	22	1

3.9.1.5 Под действием постоянной силы F тело массой m движется прямолинейно так, что зависимость его координаты от времени задается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$. Определить массу движущегося тела.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	F, Н	m, кг	A, м	B, м/с	C, м/с^2
1	12	2	2	1	0,02
2	18	1	5	1,5	0,03
3	32	0,5	4	2	0,05
4	44	1,8	2	1,1	0,2
5	6	0,3	2	0,1	0,21

3.9.1.6 Тело массой m движется так, что зависимость пройденного телом пути от времени движения задается уравнением $S = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Найти силу, действующую на тело через t секунд после начала движения.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	m, кг	A, м	ω	φ_0	t, с
1	2	0,2	2π	π/2	2
2	1	0,5	π/2	0	4
3	0,5	0,44	π/6	π/4	8
4	1,8	0,2	π/3	π/8	12
5	0,3	0,2	3 π	0	12

Задание 2

3.9.2.1 Невесомый блок укреплен на конце стола. Через блок перекинута нить, к одному концу которой подвешена гиря массой m_1, ко второму концу нити прикреплен груз такой же массы, лежащий на столе. Найти натяжение нити. Трением груза о стол пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	m_1, кг
1	1
2	0,5
3	0,3
4	0,8
5	0,4

3.9.2.2 Два груза массами m_1 и m_2 соединены нитью, перекинутой через невесомый блок. Блок прикреплен к потолку. Найти натяжение нити. Трением в блоке пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m_1, кг	m_2, кг
1	0,3	0,2
2	0,4	0,5
3	0,5	0,4
4	0,3	0,2
5	0,1	0,2

3.9.2.3 Через невесомый блок, укрепленный к потолку, перекинута нить, к концам которой подвешены гири массами m_1 и m_2. Найти ускорение, с которым движутся гири. Трением в блоке пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m_1, кг	m_2, кг
1	0,3	0,2
2	0,4	0,5
3	0,5	0,4
4	0,3	0,2
5	0,2	0,2

3.9.2.4 На гладком столе лежит брусок массой m_1. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через невесомые блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых m_2 и m_3. Найти ускорение, с которым движется брусок. Массой блоков и трением пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг
1	9	1	10
2	9	6	15
3	3	9	16
4	3	6	12
5	5	4	8

3.9.2.5 Две гири массой m_1 и m_2 соединены нитью, перекинутой через невесомый блок. Ускорение, с которым движутся гири, – a, натяжение нити – T. Трением в блоке можно пренебречь. Найти силу натяжения нити и массу второго груза.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m_1, кг	a, м/с^2
1	3	1
2	3	1,5
3	1	3
4	1,5	2
5	2	1

3.9.2.6 Невесомый блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы α и β. Гири A и B равной массы m соединены нитью, перекинутой через блок. Ускорение, с которым движутся гири, – a, натяжение нити – T. Трением пренебречь. Найти массу гирь и ускорение, с которым движутся гири.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	α	β	T, Н
1	π/4	π/3	10
2	π/8	π/4	20
3	π/6	π/3	30
4	π/3	π/6	150
5	π/4	π/6	112

Задание 3

3.9.3.1 Тело массой m_1 движется при торможении равнозамедленно. Его скорость в течение t секунд уменьшается от v_1 до v_2. Найти силу торможения.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m_1, кг	t, с	v_1, м/с	v_2, м/с
1	400	20	12	3
2	251	40	15	7
3	161	9	17	3
4	357	32	14	5
5	437	17	15	4

3.9.3.2 Поезд после прекращения тяги паровоза останавливается за t секунд. Коэффициент трения равен k. С какой скоростью шел поезд?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	t, с	k
1	45	0,272
2	27	0,253
3	2	0,129
4	45	0,108
5	24	0,135

3.9.3.3 Автомобиль массой m разгоняется из состояния покоя по горизонтальному пути в течение t секунд под действием силы тяги F. Коэффициент сопротивления движению равен k. Какой скорости он достигнет за время разгона?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	t, с	F, кН	k
1	2 507	6	4 822	0,02
2	1 259	8	3 222	0,04
3	1 250	10	5 622	0,03
4	1 507	5	5 822	0,04
5	2 227	12	2 822	0,01

3.9.3.4 Катер массой m трогается с места и за время t секунд развивает при движении в спокойной воде скорость v. Определить силу тяги мотора, считая ее постоянной. Сила сопротивления движению пропорциональна скорости, коэффициент сопротивления равен k.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	t, с	v, м/с	k, кг/с
1	1 991	75	19	46
2	1 024	95	29	30
3	1 517	65	11	28
4	1 169	75	15	44
5	1 251	65	22	26

3.9.3.5 Автомобиль массой m разгоняется из состояния покоя по горизонтальному пути в течение t секунд под действием силы тяги F, после чего он движется до остановки с выключенным двигателем. Какое расстояние он проходит с выключенным двигателем до остановки? Коэффициент трения равен μ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	t, с	F, Н	μ
1	1 195	74	6 632	0,028
2	1 648	17	7 838	0,016
3	1 777	22	8 968	0,035
4	3 771	75	6 178	0,044
5	1 795	47	6 312	0,057

3.9.3.6 Модели корабля массой m сообщили скорость v. При движении модели на нее действует сила сопротивления, пропорциональная скорости. Коэффициент пропорциональности k. Найти путь, пройденный моделью за время, в течение которого в два раза уменьшилась скорость.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	v, м/с	k
1	8	4	0,815
2	9	5	0,588
3	7	3	0,623
4	3	2	0,508
5	1	2	0,760

Задание 4

3.9.4.1 По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α градусов, скользит тело. Пройдя расстояние s, тело приобретает скорость v. Чему равен коэффициент трения тела о плоскость?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	$\alpha,\ldots^{o}$	s, м	v, м/с
1	30	4	2,1
2	15	5	4,1
3	45	2	6,1
4	60	10	1,1
5	20	14	10

3.9.4.2 Вверх по наклонной плоскости с углом наклона α градусов пущена шайба. Через некоторое время она останавливается и движется вниз. Определить коэффициент трения шайбы о плоскость, если время спуска в два раза больше времени подъема.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	α, …^{o}
1	23
2	7
3	12
4	8
5	17

3.9.4.3 Наклонная плоскость, образуя угол α градусов с плоскостью горизонта, имеет длину *s*. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время *t* секунд. Определить коэффициент трения тела о плоскость.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	α, …^{o}	*s*, м	*t*, с
1	16	1	13
2	20	4	16
3	26	5	12
4	30	6	20
5	32	2	26

3.9.4.4 Человек везет двое связанных между собой саней, прикладывая к веревке силу *F*, под углом α градусов к горизонту. Массы саней одинаковы и равны *m*. Коэффициент трения полозьев по снегу равен μ. Найти ускорение саней.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	F, Н	α, …^{o}	*m*, кг	μ
1	774	43	18	0,039
2	743	19	28	0,044
3	441	14	52	0,025
4	553	33	28	0,019
5	770	40	48	0,019

3.9.4.5 Ледяная гора составляет с горизонтом угол α градусов. По ней пускают снизу вверх камень, который, поднявшись на некоторую высоту, затем соскальзывает вниз по тому же пути. Во сколько раз время спуска больше времени подъема, если коэффициент трения камня о лед равен μ?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	α, …°	μ
1	57	0,183
2	67	0,111
3	60	0,123
4	37	0,114
5	47	0,112

3.9.4.6 Тело весом P равномерно поднимают по наклонной плоскости, образующей угол α градусов с горизонтом, прикладывая силу F вдоль линии движения. С каким ускорением будет соскальзывать тело вдоль наклонной плоскости, если его отпустить?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	P, Н	α, …°	F, Н
1	1 706	55	156
2	1 252	57	136
3	1 347	56	115
4	1 300	35	100
5	1 702	53	118

Задание 5

3.9.5.1 С какой скоростью должен лететь снаряд массой m, чтобы при ударе с судном массы M, последнее получило скорость v? Удар считать неупругим.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	M, т	v, см/с
1	18	55	35
2	91	61	34
3	99	86	35
4	38	45	70
5	38	65	15

3.9.5.2 Из ружья массой m вылетает пуля массой m_1 и скоростью v. Найти скорость отдачи ружья.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	m_1, г	v, м/с
1	3	16	645
2	2	16	190
3	6	10	436
4	7	32	750
5	4	12	533

3.9.5.3 На рельсах стоит платформа массой M, на ней закреплено орудие массой m, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Вес снаряда m_1, его начальная скорость относительно орудия равна v. Определить скорость платформы в первый момент времени после выстрела, если до выстрела платформа была неподвижна.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	M, т	m, т	m_1, кг	v, м/с
1	4	9	240	649
2	9	3	98	608
3	17	2	43	682
4	12	5	268	151
5	18	6	106	612

3.9.5.4 На покоящийся шар налетает со скоростью v, другой, одинаковой с ним массы. После столкновения ранее движущийся шар изменил направление движения по отношению к первоначальному направлению на угол α градусов. Угол между направлением движения разлетевшихся после удара шаров 90 градусов. Найти скорость после упругого удара шара, покоившегося первоначально.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v, см/с	α, …^{o}
1	482	58
2	141	71
3	178	16
4	320	28
5	361	19

3.9.5.5 В лодке массой M стоит человек массой m. Лодка плывёт со скоростью v. Человек прыгает из лодки в горизонтальном направлении со скоростью v_1, относительно лодки. Найти скорость движения лодки после прыжка человека, если он прыгает вперед по движению лодки. Лодка движется в спокойной воде. Сопротивлением воды пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	M, кг	m, кг	v, м/с	v_1 м/с,
1	217	96	1	1
2	469	77	4	3
3	328	81	3	2
4	512	84	2	1
5	220	80	3	1

3.9.5.6 С какой скоростью после горизонтального выстрела из винтовки стал двигаться стрелок, стоящий на весьма гладком льду? Масса стрелка с винтовкой составляет M, а масса пули m, и ее начальная скорость v.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	M, кг	m, г	v, м/с
1	127	37	496
2	94	16	336
3	55	25	713
4	55	24	767
5	130	48	726

Задание 6

3.9.6.1 Найти работу подъема груза по наклонной плоскости длиной l, если масса груза m, угол наклона α градусов. Коэффициент трения между поверхностями груза и наклонной плоскости μ. Груз движется с постоянным ускорением a.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	l, м	m, кг	α, …^{o}	μ	a, м/с^2
1	6	83	38	0,1	1
2	1	95	39	0,1	5
3	3	88	59	0,1	5
4	2	93	42	0,1	4
5	6	70	54	0,1	3

3.9.6.2 Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирю массой m и вследствие отдачи покатился назад со скоростью v. Масса конькобежца M. Определить работу, совершенную конькобежцем при бросании гири.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	v, м/с	M, кг
1	3,3	1,2	60
2	3,1	2,5	51
3	3,9	2,3	62
4	3,1	2,3	55
5	2,4	1,0	59

3.9.6.3 Под действием постоянной силы вагонетка из состояния покоя прошла путь s и приобрела скорость v. Определить работу силы, если масса вагонетки m и коэффициент трения μ. Масса колес по сравнению со всей массой пренебрежимо мала.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	s, м	v, м/с	m, кг	μ
1	15	5	386	0,01
2	13	3	122	0,01
3	14	3	467	0,01
4	16	4	467	0,01
5	12	2	325	0,01

3.9.6.4 Два тела массами m_1 и m_2 связаны тонкой нитью, переброшенной через невесомый блок, укрепленный на краю стола. Второе тело опускается вниз, а первое скользит по столу. Коэффициент трения между поверхностью стола и первым телом равен μ. Найти работу, которую совершает сила трения, действующая на первое тело, в течение t секунд после начала движения.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m_1, г	m_2, г	μ	t с,
1	174	312	0,35	5
2	122	415	0,22	10
3	151	518	0,33	15
4	122	322	0,21	10
5	122	334	0,12	8

3.9.6.5 Человек массой m, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой m_1 со скоростью v. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед равен μ?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	m_1, кг	v, м/с	μ
1	82	4	5	0,02
2	116	2	9	0,02
3	72	3	3	0,01
4	85	3	2	0,02
5	92	2	1	0,03

3.9.6.6 Камень, пущенный по поверхности льда со скоростью v, прошел до остановки расстояние s. Найти коэффициент трения μ камня о лёд.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	v, м/с	s, м
1	220	22
2	320	25
3	210	23
4	111	12
5	115	32

Задание 7

3.9.7.1 Боек свайного молота массой m падает с некоторой высоты на сваю массой m_1. Найти КПД молота в процентах, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, затраченную на углубление сваи. Сопротивление воздуха не учитывать.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, кг	m_1, кг
1	685	357
2	715	210
3	563	313
4	525	540
5	456	510

3.9.7.2 Молот массой m_1 ударяет по небольшому куску мягкого железа, лежащего на наковальне. Масса наковальни m_2. Определить КПД удара молота в процентах, полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m_1, кг	m_2, кг
1	34	477
2	25	877
3	48	522
4	59	322
5	62	312

3.9.7.3 Какую мощность затрачивает лошадь на движение саней, если она тянет их в гору с постоянной скоростью v_1? Масса саней m. Коэффициент трения между санями и поверхностью горы μ. Угол наклона горы α градусов.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	v_1, м/с	m, кг	μ	α, …°
1	3	91	0,58	90
2	4	57	0,22	59
3	1	51	0,32	40
4	3	78	0,28	50
5	1	91	0,22	70

3.9.7.4. Локомотив тянет поезд массой m по горизонтальному пути. Мощность локомотива постоянна и составляет N. Коэффициент трения равен μ. Определить ускорение поезда в момент времени, когда его скорость равна v.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, т	N, МВт	μ	v, м/с
1	277	5	0,01	19
2	291	3	0,01	13
3	257	6	0,02	16
4	300	4	0,011	12
5	284	9	0,01	14

3.9.7.5 Какую мощность должен иметь электровоз, чтобы он мог вести поезд весом P в гору с уклоном l на каждые s пути со скоростью v?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	P, Н	l, м	s, м	v, м/с
1	2 770	0,1	1	19
2	2 910	0,1	2	13
3	2 570	0,1	3	16
4	3 000	0,1	4	12
5	2 840	0,1	5	14

3.9.7.6 Уклон участка шоссе α. Спускаясь под уклон при выключенном моторе, автомобиль массой m движется равномерно со скоростью v. Какова должна быть мощность мотора автомобиля, чтобы он мог подниматься по этому склону с той же скоростью?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	$\alpha, \ldots^{o}$	m, т	v, км/ч
1	15	12	20
2	12	6	10
3	10	3	20
4	13	1,5	30
5	18	2	40

Задание 8

3.9.8.1 Маятник представляет собой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой гибкой нити длиной l. Какую скорость надо сообщить шарику в горизонтальном направлении, чтобы маятник мог отклониться на угол α?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	l, м	$\alpha, \ldots^{o}$
1	2	10
2	3	12
3	2,1	30
4	3,5	50
5	6,1	15

3.9.8.2 Камень падает с некоторой высоты в течение времени t секунд. Найти кинетическую и потенциальную энергию камня в средней точке пути. Масса камня m.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	t, с	m, кг
1	10	2
2	2	1
3	4	2
4	5	3
5	3	2

3.9.8.3 Энергия, затраченная на толкание ядра, брошенного под углом α к горизонту, равна W. Какую потенциальную энергию будет иметь ядро в точке максимального подъема, если в момент бросания оно находилось на высоте *h* над землей? Масса ядра *m*. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	$\alpha, \ldots^{o}$	*W*, Дж	*h*, м	*m*, кг
1	20	55	2	2
2	10	60	3	1,6
3	30	85	4	1,2
4	45	90	9	3
5	55	100	12	1,5

3.9.8.4 Цирковой гимнаст падает с высоты *h* на туго натянутую предохранительную сетку. Найти максимальное провисание сетки, если в случае спокойно лежащего гимнаста провисание равно h_1, м.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	h, м	h_1, м
1	5,20	0,36
2	3,80	0,45
3	3,30	0,16
4	4,70	0,48
5	3,70	0,47

3.9.8.5 Камень массой *m* брошен вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Построить график зависимости от времени *t* кинетической $W_к$, потенциальной $W_п$ и полной W энергий камня для интервала $t_1 < t < t_2$.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	v_0, м/с	$t_1 < t < t_2$
1	1	1	$1 < t < 5$
2	1,2	2	$2 < t < 7$
3	1,1	3	$3 < t < 10$
4	0,8	2	$3 < t < 8$
5	0,3	1	$5 < t < 22$

3.9.8.6 На толкание ядра, брошенного под углом α к горизонту, затрачена работа А. Через какое время *t* и на каком расстоянии *s* от места бросания ядро упадет на землю? Масса ядра *m*.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	$\alpha, \ldots^{o}$	А, кДж	*m*, кг
1	10	40	1
2	20	55	2
3	22	69	1,3
4	25	78	5
5	30	96	6

Задание 9

3.9.9.1 Два абсолютно упругих шара подвешены на тонких нитях, касаясь друг друга. Меньший шар отводят на угол α градусов и отпускают, после удара шары поднимаются на одинаковую высоту. Определить массу меньшего шара, если больший имеет массу M_2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	α, …°	M_2, г
1	90	4 389
2	50	5 389
3	80	4 589
4	70	4 359
5	60	6 389

3.9.9.2 Снаряд массой m_1 ударяется в баллистический мятник и падает вниз. Определить скорость снаряда, если маятник массой m_2 и длиной l после абсолютно неупругого удара отклонится на угол α. Баллистический маятник считать математическим.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m_1, кг	m_2, кг	l, м	α, …°
1	25	174	3	48
2	18	677	4	77
3	46	340	1	79
4	11	453	3	56
5	32	355	3	69

3.9.9.3 С гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, соскальзывает шарик с высоты h, в конце наклонной плоскости он упруго ударяется о горизонтальную плоскость. Найти максимальную высоту, на которую поднимается шарик после удара. Трение при скольжении не учитывать, а шарик считать материальной точкой.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	α, …°	h, *м*
1	49	31
2	31	41
3	29	11
4	19	21
5	19	21

3.9.9.4 При выстреле из орудия снаряд массой m получает кинетическую энергию W. Определить кинетическую энергию ствола орудия вследствие отдачи, если его масса M.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m кг,	W, МДж	M, кг
1	8	1,49	411
2	11	1,04	385
3	11	1,56	369
4	12	1,7	202
5	12	1,363	249

3.9.9.5 Тело массой m ударяется о неподвижное тело массой M, кинетическая энергия системы этих двух тел непосредственно после удара стала равна W. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до удара.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	M, кг	W, Дж
1	3	84	5
2	5	2	3
3	2	74	4
4	4	74	3
5	8	84	3

3.9.9.6 Шар массой M сталкивается с покоившимся шаром большей массы. В результате прямого упругого удара шар потерял n % своей кинетической энергии. Определить массу шара, который до удара покоился.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	M, г	n, %
1	3 974	58
2	3 733	80
3	4 847	26
4	5 658	36
5	669	68

4 ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

4.1 Основные понятия и законы

4.1.1 Динамика вращательного движения

Момент импульса частицы относительно некоторой точки О – вектор $\vec{L}$, равный векторному произведению радиус-вектора, проведенного из точки О в точку приложения импульса, на импульс:

$$\vec{\mathbf{L}} = \left[\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{P}}\right], \ L = r \cdot P \cdot sin\alpha = l \cdot P,$$

где величина $l = r \cdot sin\alpha$ называется плечом вектора $\vec{P}$ относительно точки O (рис. 4.1).

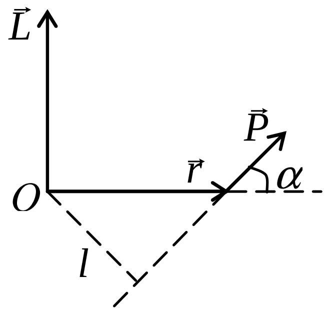


Рисунок 4.1 – Момент импульса

Момент силы относительно некоторой точки О – вектор $\vec{M}$, равный векторному произведению радиус-вектора, проведенного в точку приложения силы, на эту силу (рис. 4.2):

$$\vec{\mathbf{M}} = \left[\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{F}}\right].$$

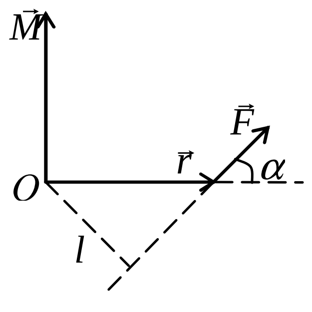


Рисунок 4.2 – Момент силы

Производная по времени от момента импульса частицы относительно некоторой точки О равна моменту равнодействующей силы относительно той же точки О:

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{M}}.$$

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы не изменяется с течением времени.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Момент инерции системы (тела) относительно данной оси – физическая величина, равная сумме произведений масс m материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$j = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2.$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int r^2 dm,$$

интегрирование производится по всему объему тела.

Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения равен произведению момента инерции этого тела на его угловую скорость:

$$L_z = \omega J_z.$$

Момент силы, действующей на тело, относительно неподвижной оси вращения равен произведению момента инерции этого тела на его угловое ускорение:

$$M_z = J_z \varepsilon.$$

Если момент внешних сил отсутствует ($M_z = 0$), то

$$\omega J_z = const.$$

Это выражение представляет собой частный случай закона сохранения момента импульса, записанного для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Значения момента инерции некоторых твердых тел приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Значения момента инерции некоторых твердых тел

Тело	Положение оси	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	То же	$½(mR^2)$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$1/12(ml^2)$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$1/3(ml^2)$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$2\ (mR^2)$

Вычислить момент инерции тела относительно произвольной оси, даже не проходящей через тело, позволяет *теорема Штейнера*:

Момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями:

$$J = J_0 + ma^2.$$

4.1.2 Кинетическая энергия твердого тела

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J – момент инерции этого тела относительно оси вращения;
ω – угловая скорость.

В случае плоского сложного движения кинетическая энергия тела будет состоять из двух частей – кинетической энергии поступательного движения его центра масс и кинетической энергии вращения вокруг центра масс с угловой скоростью ω:

$$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega_c^2}{2}.$$

4.2 Таблица формул

Основные формулы раздела можно записать в таблицу 4.2.

Таблица 4.2

Формула	*Название формулы*	*Название величин в формуле*
1	*2*	*3*
$\vec{\mathbf{L}} = [\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{P}}]$, $L = r\,p\sin\alpha = l\,p$	Момент импульса частицы	$\vec{r}$ – радиус-вектор, $\vec{p}$ – импульс, α – угол между радиус-вектором и импульсом, l – плечо импульса
$\vec{\mathbf{M}} = [\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{F}}]$, $M = rF\sin\alpha = Fl$	Момент силы	$\vec{r}$ – радиус вектор, $\vec{F}$ – сила, α – угол между радиус-вектором и силой
$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{M}}$	Основное уравнение динамики вращательного движения	$\vec{L}$ – момент импульса, $\vec{M}$ – момент силы
$\vec{\mathbf{L}} = const$, $\omega\,J_z = const$	Закон сохранения импульса	Импульс замкнутой системы есть величина постоянная
$j = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$, $J = \int r^2 dm$	Момент инерции тела, вращающегося вокруг неподвижной оси	r – расстояние до оси вращения
$L_z = \omega\,J_z$	Момент импульса тела	J – момент инерции, ω – угловая скорость
$M_z = J_z\varepsilon$	Момент силы	J – момент инерции, ε – угловое ускорение
$J = J_0 + ma^2$.	Теорема Штейнера	J_0 – момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела, a – расстояние между осями

Продолжение таблицы 4.2

$T = \frac{J\omega^2}{2}$	Кинетическая энергия при вращательном движении	J – момент инерции, ω – угловая скорость
$dA = Md\varphi$	Работа поворота твердого тела	M – момент сил, $d\varphi$ – угол поворота
$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega_c^2}{2}$	Кинетическая энергия при сложном движении	J – момент инерции, ω – угловая скорость, m – масса, v_C – скорость движения центра масс тела

4.3 Вопросы для самоподготовки

1 Дать формулировку и пояснить физический смысл величин: момент импульса, момент силы относительно неподвижного центра и неподвижной оси. [3, с. 31 –35]

2 Показать, что производная от момента импульса частицы относительно некоторой точки О равна моменту равнодействующей силы относительно той же точки О. [1, с. 38 –41]

3 Показать, что скорость изменения момента импульса системы относительно неподвижной точки равна результирующему моменту относительно той же точки для всех внешних сил. [3, с. 31 –35]

4 Показать, что момент импульса замкнутой системы есть величина постоянная. [1, с. 38 –41]

5 Показать, что основной закон динамики движения тела относительно оси z $dL/dt = M_z$ можно представить в виде $M_z = J_z\varepsilon$, где J_z – это момент инерции твердого тела относительно оси z. [3, с. 35 –36]

6 Дать определение момента инерции. Сформулировать теорему Штейнера. [1, с. 34 –36]

7 Получить выражение для момента инерции диска относительно оси, проходящей через его центр масс. [3, с. 39 –41]

8 Получить формулу для кинетической энергии вращательного движения твердого тела. [3, с. 45 –47]

9 Показать, чему равна работа поворота твердого тела. [1, с. 37 –38]

4.4 Литература

1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т.И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1990 – 541 с. – ISBN 5-06-003634-0.

2 **Тулупенко, В. М.** Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка : курс лекцій з дисципліни «Фізика»/ В. М. Тулупенко, В. Г. Білих, Р. В. Баржеєв. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – 104 с. – ISBN 978-966-379-119-7.

3 **Тулупенко, В. Н.** Механика. Молекулярная физика. Термодинамика : курс лекций по дисциплине «Физика»/ В. Н. Тулупенко, В. Г. Белых, Р. В. Баржеев. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 108 с. – ISBN 979-966-379-120-3.

4.5 Тестовые задания для самоконтроля

1 Выберите верное выражение, определяющее момент импульса частицы относительно точки О:

а) $\vec{L} = [\vec{r}\,;\vec{p}]$;

б) $\vec{L} = (\vec{r}\,;\vec{p})$;

в) $\vec{L} = \left[\dfrac{\vec{r}}{\vec{p}}\right]$.

2 Модуль вектора момента импульса частицы относительно точки О можно рассчитать по формуле:

а) $L = rp\sin\alpha$;

б) $L = rp\cos\alpha$;

в) $L = rp$.

3 Направление вектора момента импульса частицы относительно точки О может быть определено:

а) по правилу буравчика, или правой руки;

б) по правилу Ленца;

в) направление вектора момента импульса всегда совпадает с направлением вектора скорости материальной точки.

4 Моментом силы частицы относительно некоторой точки О называется:

а) вектор, равный векторному произведению радиус-вектора, проведенного из точки О в точку приложения силы, на силу;

б) вектор, равный скалярному произведению радиус-вектора, проведенного из точки О в точку приложения силы, на силу;

в) вектор, равный произведению радиус-вектора, проведенного из точки О в точку приложения силы, на силу.

5 Выберите верное выражение, определяющее момент силы частицы относительно точки О:

а) $\vec{M} = [\vec{r}\,;\vec{F}]$;

б) $\vec{M} = (\vec{r}\,;\vec{F})$;

в) $\vec{M} = \left[\dfrac{\vec{r}}{\vec{F}}\right]$.

6 Модуль вектора момента силы частицы относительно точки О можно рассчитать по формуле:

а) $M = rF\,sin\,\alpha$;

б) $M = rF\,cos\,\alpha$;

в) $M = rF$.

7 Направление вектора момента силы частицы относительно точки О может быть определено:

а) по правилу буравчика, или правой руки;

б) по правилу Ленца;

в) направление вектора момента силы всегда совпадает с направлением вектора скорости материальной точки.

8 Производная по времени момента импульса частицы относительно некоторой точки О равна:

а) моменту равнодействующей силы относительно той же точки О;

б) равнодействующей силе относительно точки О;

в) импульсу материальной точки.

9 Выберите верное выражение:

а) $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$;

б) $\dfrac{d\vec{M}}{dt} = \vec{L}$;

в) $\vec{L}dt = \vec{M}$.

10 Основной закон динамики для тела, вращающегося относительно точки:

а) скорость изменения момента импульса системы относительно неподвижной точки равна результирующему моменту относительно той же точки всех внешних сил, действующих на систему;

б) скорость изменения момента импульса системы относительно неподвижной точки есть величина постоянная;

в) скорость изменения момента сил системы относительно неподвижной точки равна результирующему моменту импульса относительно той же точки.

11 Закон сохранения момента импульса:

а) момент импульса замкнутой системы есть величина постоянная;

б) момент импульса всегда есть величина постоянная;

в) момент импульса никогда не изменяется с течением времени.

12 Моментом инерции тела относительно данной оси называется:

а) физическая величина, равная произведению масс материальных точек тела на квадраты их расстояний от рассматриваемой оси;

б) физическая величина, равная произведению масс материальных точек тела на квадраты угловых ускорений этих материальных точек;

в) физическая величина, равная первой производной вращающего момента сил по времени.

13 Выберите верное выражение, определяющее момент инерции системы (тела) относительно данной оси:

а) $J = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$;

б) $J = \sum_{i=1}^{N} m_i \varepsilon_i^2$;

в) $J = \dfrac{d\vec{M}}{dt}$.

14 Момент инерции есть мера:

а) инертности при вращательном движении;

б) взаимодействия тел при вращательном движении;

в) движения тел.

15 Выберите единицы измерения момента инерции твердого тела:

а) *кг·м²;* $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

б) $\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2$;

в) $(\text{Н}\cdot\text{м}/\text{с})$.

16 Выберите верную формулировку теоремы Штейнера:

а) момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями;

б) момент инерции тела относительно произвольной оси равен произведению момента инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями;

в) момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на расстояние между осями.

17 В теореме Штейнера $J = J_0 + ma^2$, J *– это:*

а) момент инерции тела относительно произвольной оси;

б) момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела;

в) момент инерции тела относительно оси, проходящей по касательной к телу.

18 В теореме Штейнера $J = J_0 + ma^2$, J_0 *– это:*

а) момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела;

б) момент инерции тела относительно произвольной оси;

в) момент инерции тела относительно оси, проходящей по касательной к телу.

19 В теореме Штейнера $J = J_0 + ma^2$, *а – это:*

а) расстояние между осью, относительно которой находится момент инерции тела, и осью, проходящей через центр масс тела параллельно данной;

б) расстояние между центром масс и касательной к телу;

в) расстояние между наиболее отдаленными точками тела.

20 Выберите верное выражение, определяющее кинетическую энергию при вращательном движении:

а) $\frac{J\omega^2}{2}$;

б) $\frac{mv^2}{2}$;

в) $\frac{Jv^2}{2}$.

21 При вращательном движении работа совершается:

а) моментом сил;

б) силой;

в) моментом импульса.

22 В случае плоского сложного движения кинетическая энергия может быть определена как:

а) $T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega_c^2}{2}$;

б) $T = \frac{mv_c^2}{2}$;

в) $T = \frac{J\omega_c^2}{2}$.

23 В случае плоского сложного движения кинетическая энергия может быть определена как $T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega_c^2}{2}$*, где* v_c *– это:*

а) скорость поступательного движения центра масс тела;

б) скорость вращательного движения;

в) касательная составляющая скорости поступательного движения наиболее выступающей точки тела.

24 В случае плоского сложного движения кинетическая энергия может быть определена как $T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega_c^2}{2}$*, где* ω_c *– это:*

а) скорость поступательного движения центра масс тела;

б) скорость вращательного движения;

в) касательная составляющая скорости вращательного движения наиболее выступающей точки тела.

4.6 Особенности методики решения задач по динамике вращательного движения

Задачи по динамике вращательного движения и применению законов сохранения при вращательном движении можно условно разделить на пять классов:

1 Нахождение момента инерции твердого тела

2 Движение тела под действием постоянного момента сил

3 Применение основного закона динамики при вращательном движении

4 Применение закона сохранения момента импульса

5 Применение закона сохранения энергии. Работа. Мощность

4.6.1 Нахождение момента инерции твердого тела

1 По определению, момент инерции твердого тела зависит от распределения масс относительно интересующей оси и является величиной аддитивной.

Вычисление момента инерции тела проводится по формуле

$$J = \int r^2 dm = \int \rho(r) r^2 dV ,$$

где dm и dV – масса и объем элемента тела, находящегося на расстоянии от интересующей оси z;

$\rho(r)$ – плотность тела в данной точке.

Моменты инерции некоторых однородных твердых тел относительно оси, проходящей через центр масс тела, приведены в соответствующей таблице (табл. 4.1).

Вычисление момента инерции твердого тела произвольной формы относительно той или иной оси представляет собой, вообще говоря, довольно кропотливую в математическом отношении задачу. Однако в некоторых случаях нахождение момента инерции значительно упрощается, если воспользоваться теоремой Штейнера.

4.6.2 Движение тела под действием постоянного момента сил и применение основного закона динамики при вращательном движении

При решении задач по вращательному движению тела нужно использовать основное уравнение динамики вращательного движения

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}\,,$$

где $\vec{M}$ – результирующий момент всех сил, действующих на тело относительно оси, проходящей через центр масс тела;

J – момент инерции тела относительно той же оси;

$\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение.

Не следует забывать о знаках проекций момента сил, особенно это относится к задачам, в которых момент силы трения не равен нулю.

4.6.3 Применение закона сохранения момента импульса

Закон сохранения момента импульса во вращательном движении, так же, как и закон сохранения импульса в поступательном движении, позволяет исключать из рассмотрения любые силы, действующие внутри системы, в том числе и силы трения. Поэтому закон применяют в тех задачах на вращательное движение твердого тела (или системы тел), где характер изменения со временем сил взаимодействия между частями системы сложен или вообще неизвестен. Закон сохранения моментов импульса справедлив тогда, когда сумма моментов внешних сил относительно рассматриваемой оси равна нулю.

4.6.4 Применение закона сохранения энергии. Работа. Мощность

Закон сохранения энергии широко применяется в решении задач на вращательное движение твердого тела, особенно в случаях неравнопеременного вращения, происходящего под действием переменного момента сил.

Закон сохранения энергии справедлив в консервативных системах тел, т. е. в таких системах, в которых отсутствует переход механической энергии в другие виды энергии и отсутствует обмен механической энергией с телами, не принадлежащими системе.

При этом следует помнить, что полная кинетическая энергия твердого тела складывается из кинетической энергии поступательного движения со скоростью центра масс и кинетической энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр вращения.

4.7 Примеры решения задач

1 Вывести формулу для момента инерции цилиндрической муфты относительно оси, совпадающей с ее осью симметрии (рис. 4.3). Масса муфты равна m, внутренний радиус – r, внешний – R.

Дано:	*Решение*
m	
r	
R	
J – ?	

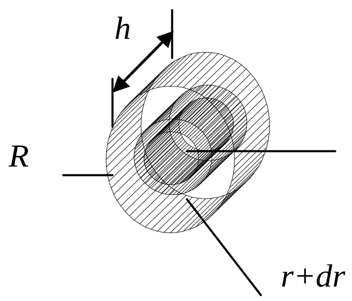


Рисунок 4.3

По определению момента инерции,

$$J = \int r^2 dm = \int \rho \cdot r^2 dV ,$$

где dm и dV – элементарная масса и элементарный объем;

ρ – плотность.

Объем цилиндра равен

$$V = \pi r^2 h ,$$

тогда элементарный объем равен

$$dV = 2\pi \cdot r \cdot h \cdot dr .$$

Тогда

$$J = \int_r^R \rho \cdot 2\pi \cdot r^3 h \cdot dr = 2\pi\rho \cdot h \int_r^R r^3 \cdot dr = 2\pi\rho \cdot h \cdot \frac{r^4}{4}\Big|_r^R = \frac{\pi\rho \cdot h}{2}(R^4 - r^4),$$

$$m = m_1 - m_2 = \pi\rho \cdot h(R^2 - r^2),$$

$$J = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2).$$

Ответ: $J = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$.

2 Вентилятор вращается с частотой *n = 600 об/мин*. После выключения он начал вращаться равнозамедленно и, сделав N = 50 оборотов, остановился. Работа А сил торможения равна 31,4 Дж. Определить: 1) момент М сил торможения; 2) момент инерции J вентилятора.

Дано:	Решение
n = 600 об/мин =10 об/с N = 50 A = 31,4 Дж	
1) M – ? 2) J – ?	

Решение

Работа по повороту тела равна

$$A = M\varphi.$$

Угол поворота равен

$$\varphi = 2\pi N.$$

Угловая скорость связана с частотой соотношением

$$\omega_0 = 2\pi \cdot n.$$

Отсюда

$$M = \frac{A}{\varphi} = \frac{A}{2\pi \cdot N}.$$

Согласно основному уравнению динамики для вращательного движения момент сил равен

$$M = J\varepsilon.$$

Из кинематических уравнений для равнозамедленного движения выразим угловое ускорение и угол поворота:

$$\varepsilon = \frac{\omega_0}{t} = \frac{2\pi \cdot n}{t},$$

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\omega_0 t}{2},$$

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_0} = \frac{2 \cdot 2\pi N}{2\pi \cdot n} = \frac{2N}{n},$$

$$J = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{MN}{\pi \cdot n^2}.$$

Вычислим:

$$M = \frac{31{,}4}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50} = 0{,}1(Н \cdot м);$$

$$J = \frac{0{,}1 \cdot 50}{2 \cdot 10^2} = 1{,}59 \cdot 10^{-2}(кг \cdot м^2).$$

Ответ: $M = 0{,}1(Н \cdot м)$, $J = 1{,}59 \cdot 10^{-2}(кг \cdot м^2)$.

3 Через блок, укрепленный на горизонтальной оси, проходящей через его центр, перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 300$ г и $m_2 = 200$ г (рис. 4.4). Масса блока $m_0 = 300$ г. Блок считать однородным диском. Найти ускорение грузов.

Дано:	*Решение*
$m_1 = 300$ г $m_2 = 200$ г $m_0 = 300$ г	Заданная система состоит из трех тел – грузов m_1 и m_2 и блока m_0. Груз m_1 находится под действием двух сил: силы тяжести $m_1\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T}_1$. Второй закон Ньютона для этого груза:
a – ?	

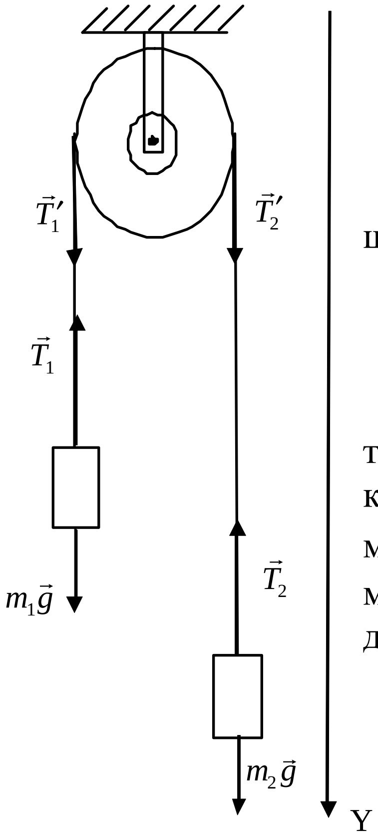


Рисунок 4.4

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}_1. \qquad (4.1)$$

Аналогично, рассматривая силы, действующие на груз m_2, получим

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}_2. \qquad (4.2)$$

Т. к. масса блока соизмерима с массой грузов, то мы не имеем права предполагать, что силы, с которыми нить действует на грузы m_1 и m_2, равны между собой. Соотношение между силами $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ может быть получено только после рассмотрения движения блока.

Блок вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через его центр, следовательно, моменты сил тяжести блока и реакции оси равны нулю. Если предположить, что нить не скользит относительно блока, то вращение блока вызывается действием только сил натяжения нити.

(Правильнее было бы сказать, что вращение блока вызывается силами трения покоя между нитью и ободом блока, причем в каждой точке соприкосновения сила трения покоя равна соответствующей силе натяжения нити.)

Тогда основное уравнение динамики вращательного движения для блока

$$j\vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \overline{M}_2, \qquad (4.3)$$

где $\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$ – моменты сил натяжения $\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$.

Благодаря невесомости нити силы натяжения вдоль нити с каждой из сторон блока одинаковы по модулю, т. е. $T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$.

Ускорения обоих грузов считаем равными по модулю на основании нерастяжимости нити. Если нить не проскальзывает относительно блока, то касательное ускорение его точек, соприкасающихся с нитью, равно ускорению нити в любой ее точке, следовательно, и ускорению грузов:

$$a_1 = a_2 = a, \; a = \varepsilon \cdot r. \qquad (4.4)$$

Для перехода к скалярным соотношениям для описания движения грузов введем ось Y. Тогда $a_{1y} = a$, $a_{2y} = -a$, и векторные уравнения (4.1) и (4.2) можно заменить скалярными:

$$m_1 a = m_1 g - T_1,$$

$$m_2 a = m_2 g - T_2. \qquad (4.5)$$

Моменты сил $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ направлены по оси вращения, но в противоположные стороны. Примем направление вектора $\vec{\omega}$ за положительное. Тогда векторное уравнение (4.3) можно переписать в виде

$$J\varepsilon = T_1 r - T_2 r,$$

где r – радиус блока.

Очевидно, $T_1 = T_2$, если масса блока, а, следовательно, и его момент инерции пренебрежимо малы.

Выражая ε из соотношения (4.4) и учитывая, что момент инерции однородного диска $j = m_0 r^2 / 2$, получаем:

$$\frac{m_0 r^2 a}{2r} = T_1 r - T_2 r. \qquad (4.6)$$

Уравнения (4.5) и (4.6) образуют систему. Сокращая в уравнении (4.6) радиус блока *r* и складывая все три уравнения (предварительно второе из уравнений (4.5) надо умножить на –1), получаем:

$$a = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + m_0 / 2}.$$

Вычислим:

$$a = 9.81 \cdot \frac{300 - 200}{300 + 200 + 300/2} = 1{,}5(м/с^2).$$

Ответ: $1{,}5(м/с^2)$.

4 Человек стоит в центре скамьи Жуковского, вращающейся по инерции со скоростью $\omega_1 = 0{,}5$ об/с. Момент инерции тела человека относительно оси вращения равен $J_0 = 2{,}5$ кг·м^2. В вытянутых руках человек держит две гири весом по $P = 20$ Н каждая. Расстояние между гирями $l_1 = 1{,}6$ м. Сколько оборотов будет делать скамейка с человеком, если он опустит руки и расстояние между гирями станет равным $l_2 = 0{,}6$ м? Моментом инерции скамьи пренебречь.

Дано:
$\omega_1 = 0{,}5$ *об/с*
$J_0 = 2{,}5$ *кг·м²*
$l_1 = 1{,}6$ *м*
$P = 20$ *Н*
$l_2 = 0{,}6$ *м*

$\omega_2 - ?$

Решение

Человек, держащий гири и вращающийся на скамейке, составляет вместе со скамейкой изолированную систему. Момент импульса этой системы должен иметь постоянное значение:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2 .$$

Отсюда получаем выражение для конечной угловой скорости:

$$\omega_2 = \frac{J_1}{J_2}\omega_1 .$$

Момент инерции системы, рассматриваемой в задаче, равен сумме момента инерции тела человека J_0 и момента инерции гирь в руках человека. Момент инерции гирь рассчитаем как для материальной точки. Следовательно:

$$J_1 = J_0 + 2\frac{P}{g}\left(\frac{l_1}{2}\right)^2 ,$$

$$J_2 = J_0 + 2\frac{P}{g}\left(\frac{l_2}{2}\right)^2 .$$

Подставляя выражения J_1 и J_2 в выражение ω_2, получаем:

$$\omega_2 = \frac{2J_0 g + Pl^2{}_1}{2J_0 + Pl^2{}_2}\cdot\omega_1 .$$

Подставляя в это выражение числовые значения заданных величин и выполняя арифметические действия, находим

$$\omega_2 = \frac{2\cdot 2{,}5\cdot 9{,}8 + 20\cdot 1{,}6^2}{2\cdot 2{,}5\cdot 9{,}8 + 20\cdot 0{,}6^2}\cdot 0{,}5 = 0{,}89(\textit{рад}/\textit{с}).$$

Ответ: 0,89 *рад/с*.

5 Стержень длиной $l = 1{,}5$ м и массой $m_1 = 10$ кг может вращаться около неподвижной оси, которая проходит через верхний конец стержня (рис. 4.5). В середину стержня ударяет пуля массой $m_2 = 10$ г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 500$ м/с, и застревает в стержне. На какой угол φ отклонится стержень после удара?

Дано:

$l = 1{,}5$ м

$m_1 = 10$ кг

$m_2 = 10$ г

$v_0 = 500$ м/с

φ – ?

Решение

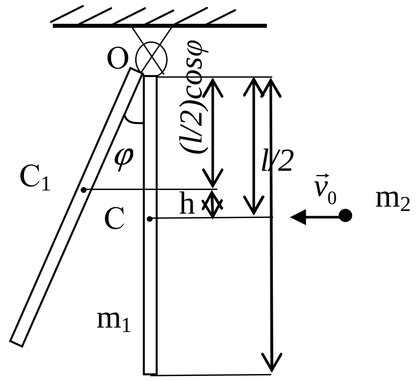


Рисунок 4.5

Пуля, ударившись о стержень, сообщает ему кинетическую энергию вращательного движения:

$$W_{\hat{e}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2},$$

где J – момент инерции стержня относительно оси вращения;

ω – угловая скорость вращения стержня в начальный момент.

Кинетическая энергия идет на поворот стержня на угол φ (см. рис. 4.5), при повороте стержня до остановки она полностью переходит в потенциальную:

$$W_{\ddot{I}} = m_1 g h.$$

Из треугольника OCC$_1$ высота подъема центра масс стержня: $h = l/2 - (l/2)\cos\varphi = l/2(1-\cos\varphi)$. Тогда потенциальная энергия

$$W_{\ddot{I}} = m_1 g (l/2)(1-\cos\varphi).$$

Соответственно закону сохранения энергии $W_{\ddot{I}} = W_{\hat{E}}$, т. е. $m_1 g(l/2)(1-\cos\varphi) = \frac{J\omega^2}{2}$, отсюда:

$$\cos\varphi = 1 - J\omega^2/(m_1 g l).$$

Учтем, что для стержня момент инерции относительно оси, проходящей через его конец, равен $J = \frac{m_1 l^2}{3}$. Поэтому:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{l\omega^2}{3g}.$$

Для определения угловой скорости ω используем закон сохранения момента импульса:

$$L_{01} + L_{02} = L_1 + L_2,$$

где L_{01} и L_1 – начальный и конечный моменты импульса стержня; L_{02} и L_2 – начальный и конечный моменты импульса пули.

Тогда:

$$L_{01} = 0;$$

$$L_{02} = m_2 v_0 r = m_2 v_0 l / 2;$$

$$L_1 = J\omega;$$

$$L_2 = m_2 r^2 \omega.$$

Выполнив подстановку в закон сохранения момента импульса, получим выражение:

$$m_2 v_0 l / 2 = (m_1 l^2 / 3 + m_2 l^2 / 4)\omega,$$

отсюда

$$\omega = \frac{m_2 v_0 l / 2}{m_1 l^3 / 3 + m_2 l^2 / 4}.$$

Подставляя полученное для ω выражение в формулу для определения косинуса угла отклонения, получим:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{1}{3g}[\frac{6 m_2 v_0}{l(4m_1 + 3m_2)}]^2,$$

$$\cos\varphi = 1 - \frac{1}{3 \cdot 9{,}81}[\frac{6 \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 500}{1{,}5 \cdot (4 \cdot 10 + 3 \cdot 10^{-2})}]^2 = 0{,}987,$$

$$\varphi = \arccos(0{,}987) = 9^\circ 9'.$$

Ответ: $\varphi = 9^\circ 9'$.

6 Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью $v = 2$ км/ч (рис. 4.6). На какое расстояние S может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.

Дано:
$v = 2\,км/ч$
$h = 10\ м$
$l = 100\ м$

S – ?

Решение

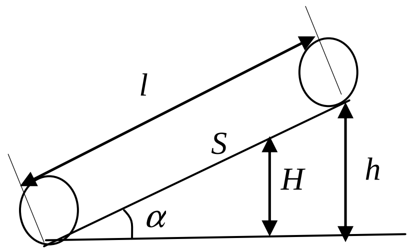


Рисунок 4.6

У основания горки обруч обладал кинетической энергией W_K, которая складывалась из кинетической энергии поступательного и кинетической энергии вращательного движения. Когда обруч вкатился на горку на расстояние S, его кинетическая энергия перешла в потенциальную. По закону сохранения энергии:

$$W_П = W_K,$$

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

$$W_П = mgH.$$

Момент инерции обруча равен:

$$J = mR^2,$$

угловая скорость:

$$\omega = v / R.$$

Тогда

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2v^2}{2R^2} = mv^2.$$

Значит,

$$mgH = mv^2,$$

$$H = \frac{v^2}{g}.$$

Из рисунка видно, что

$$\frac{h}{H}=\frac{l}{S}.$$

Откуда

$$S=\frac{H\cdot l}{h}=\frac{v^2\cdot l}{g\cdot h}.$$

Вычислим

$$S=\frac{2^2\cdot 100}{9{,}81\cdot 10}=4{,}1(м).$$

Ответ: $S=4{,}1\ м$.

4.8 Задачи для аудиторного решения

1 Определить момент инерции кольца радиусом 66 *см* относительно оси, касательной к кольцу и лежащей в его плоскости. Ответ дать в единицах СИ.

2 Однородный диск радиусом 29 *см* и массой 8 *кг* вращается вокруг оси, проходящей через его центр инерции. Зависимость угловой скорости ω диска от времени *t* задается уравнением $\omega = A + Bt$, где B= –5 м/с^2. Найти касательную силу, приложенную к ободу диска. Трением в оси диска пренебречь.

3 Два тела массами 593 *г* и 847 *г* связаны тонкой нитью, переброшенной через блок. Блок закреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит второе тело. С каким ускорением движутся тела? Коэффициент трения о поверхность стола 0,43. Масса блока 407 *г*. Ответ дать в единицах СИ.

4 Маховик, момент инерции которого J = 63,6 *кг·м^2*, вращается с угловой скоростью ω = 31,4 *рад/с*. Найти момент сил торможения М, под действием которого маховик остановится через время t = 20 *с*. Маховик считать однородным диском.

5 На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром 82 *см* и массой 60 *кг* стоит человек массой 70 *кг*. (Скамья представляет собой диск, способный без трения вращаться вокруг оси, проходящей через центр масс диска и перпендикулярной плоскости диска.) С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий мяч, масса которого 25 *г*? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии 65 *см* от оси скамьи. Скорость мяча 15 *м/с*.

6 Шар и сплошной цилиндр, двигаясь с одинаковой скоростью, вкатываются вверх по наклонной плоскости. Найти отношение высоты подъема цилиндра к высоте подъема шара.

4.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы

Задание 1

4.9.1.1 Цилиндр диаметром *d*, имеющий массу *m*, лежит боковой поверхностью на горизонтальной плоскости. Определить момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей по линии контакта с плоскостью. Ответ дать в единицах СИ. Цилиндр считать сплошным.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	d, см	*m*, кг
1	31	21
2	77	89
3	32	71
4	37	74
5	89	85

4.9.1.2 Определить момент инерции тонкого однородного стержня длиной *l* и массой *m* относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку стержня, удаленную на *d* от одного из его концов.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	l, см	*m*, г	*d*, см
1	45	332	4
2	30	159	2
3	17	323	3
4	44	484	3
5	16	485	4

4.9.1.3 Найти момент инерции сплошного однородного шара массой *m* и радиусом *R* относительно оси, проходящей через точку стержня, удаленную на расстояние *d* от одного из его концов.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	*R*, см	*d*, см
1	868	17	4
2	559	18	2
3	826	20	3
4	108	17	3
5	716	23	4

4.9.1.4 Найти момент инерции сплошного однородного шара массой m и радиусом R относительно оси, проходящей через конец диаметра перпендикулярно к нему.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, г	R, см
1	868	17
2	559	18
3	826	20
4	108	17
5	716	23

4.9.1.5 Вычислить момент инерции тонкого обода радиусом R и массой m относительно оси, проходящей через конец диаметра перпендикулярно плоскости обода. Ответ дать в единицах СИ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	R, см	m, кг
1	91	8
2	24	7
3	14	25
4	70	25
5	55	24

4.9.1.6 Найти момент инерции кольца массой m и радиусом R относительно оси, отстоящей на расстояние d от касательной к кольцу и лежащей в одной плоскости с кольцом.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	R, см	d, см
1	47	13	4
2	58	10	2
3	68	13	3
4	71	8	3
5	80	12	4

Задание 2

4.9.2.1 Шар массой m и радиусом R вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где B = 2 рад/с^2, C = –2 рад/с^2. Определить момент сил к концу второй секунды.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, кг	R, см
1	7	18
2	10	25
3	4	13
4	9	18
5	5	16

4.9.2.2 Полый шар массой m имеет внешний радиус R и внутренний r. Шар вращается вокруг оси, проходящей через его центр, в некоторый момент времени на шар начинает действовать сила, в результате чего угол поворота шара φ изменяется по закону $\varphi = 2 + 2t - t^2$, где t – время. Определить момент приложенной силы.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	R, см	r, см
1	206	8	4
2	608	11	5
3	678	14	5
4	478	11	6
5	585	12	5

4.9.2.3 Тонкий однородный стержень длиной l и массой m вращается с угловым ускорением ε вокруг оси, проходящей перпендикулярно через середину стержня. Определить момент сил.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	l, см	m, г	ε, рад/с^2
1	22	353	6
2	25	177	7
3	35	251	5
4	30	491	4
5	26	451	6

4.9.2.4 Найти момент сил, действующих на прямоугольную плоскую пластину массой m, которая вращается вокруг оси, совпадающей с одной из ее сторон. Длина другой стороны пластины равна d. Через t секунд после начала вращения частота равнялась ν. Трением в оси пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, г	d, см	t, с	ν, об/с
1	706	37	8	5
2	795	29	3	8
3	558	38	8	8
4	688	25	3	4
5	369	34	3	8

4.9.2.5 К ободу однородного диска радиусом R приложена касательная сила F. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением ε. Трением пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	R, м	F, Н	ε, рад/с^2
1	0,2	9,81	100
2	0,1	10	101
3	0,2	12	111
4	0,3	11	112
5	0,4	12	113

4.9.2.6 Однородный стержень длиной l и массой m вращается в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением ε вращается стержень, если на него действует момент сил M?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	l, м	m, кг	M, Н·м
1	1	0,5	98,1
2	1,1	0,6	100,1
3	1,2	0,4	108,1
4	1,3	0,3	106,1
5	1,4	0,4	103,1

Задание 3

4.9.3.1 Маховик радиусом R насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой m. Опускаясь равноускоренно, груз прошел расстояние s за время t. Определить момент инерции маховика.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, см	m, кг	s, см	t, с
1	18	3	36	42
2	33	6	63	47
3	40	3	85	74
4	45	2	31	61
5	40	2	52	44

4.9.3.2 По ободу шкива, насаженному на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз массой m, на какое расстояние должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом получило скорость ω? Момент инерции колеса со шкивом равен J, а радиус шкива R. Начальная скорость равна нулю.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	ω, об/мин	J, г·м^2	R, см
1	2	93	360	9
2	2	95	277	6
3	1	121	229	9
4	2	100	287	7
5	4	168	322	6

4.9.3.3 На барабан массой M намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m. Найти ускорение груза, барабан считать однородным цилиндром. Ответ дать в единицах СИ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	M, кг	m, кг
1	13	45
2	40	49
3	60	23
4	34	21
5	80	21

4.9.3.4 Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур, к концам шнура привязали грузики m_1 и m_2. С каким ускорением будут двигаться грузики, если масса блока M? Трением пренебречь. Ответ дать в единицах СИ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m_1, г	m_2, г	M, г
1	30	92	60
2	21	70	65
3	26	92	10
4	15	76	42
5	43	88	42

4.9.3.5 Сплошной цилиндр может вращаться вокруг горизонтальной оси, и через него перекинута нить, на концах которой закреплены грузы массами m_1 и m_2. Радиус цилиндра R, масса m. Найти угловое ускорение цилиндра в процессе движения груза.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m_1, г	m_2, г	R, см	m, г
1	80	342	7	64
2	48	238	9	140
3	88	422	14	120
4	48	216	6	77
5	67	324	8	166

4.9.3.6 Шкив радиусом R и массой m соединен с мотором при помощи приводного ремня, идущего без скольжения. Сила натяжения ремня F. Какую частоту вращения будет иметь шкив через время t после начала движения? Шкив считать однородным диском. Трением в оси шкива пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, см	m, кг	F, Н	t, с
1	24	15	20	2
2	15	7	11	8
3	29	9	17	5
4	15	9	15	6
5	23	10	14	9

Задание 4

4.9.4.1 Маховик имеет вид диска массой m и радиусом R. Он был раскручен до скорости вращения ω и затем предоставлен самому себе. Под влиянием трения маховик остановился. Найти значение момента силы трения, считая его постоянным, если маховик до полной остановки сделал N оборотов.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	R, м	ω, об/мин	N, об
1	24	0,2	385	279
2	22	0,1	315	300
3	21	0,15	355	315
4	23	0,3	365	318
5	25	0,1	395	258

4.9.4.2 Расположенный горизонтально однородный цилиндр (R – радиус) может вращаться вокруг своей геометрической оси. Трение создает постоянный момент M. К поверхности цилиндра прикрепляют точечную массу m на уровне оси, и цилиндр отпускают без толчка. Определить минимальное значение m, при котором цилиндр начнет вращаться.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	R, см	M, Н·м
1	22	8,3
2	15	9,1
3	27	7,5
4	24	7,7
5	25	7,3

4.9.4.3 Цилиндрический однородный вал массой m и радиусом R вращается с частотой ν. К поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F. Коэффициент трения колодки о вал 0,3. Найти время, за которое вал остановится.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, кг	R, см	ν, об/мин	F, Н
1	11	6	662	16
2	6	7	518	19
3	17	8	739	16
4	21	5	324	10
5	9	8	607	19

4.9.4.4 Вентилятор вращается с частотой ν. Через время t после выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, остановился. Определить момент сил торможения, если момент инерции вентилятора равен J.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	ν, об/с	t, мин	J, кг·см^2
1	11	2	210
2	10	4	313
3	15	3	349
4	20	3	110
5	21	2	210

4.9.4.5 Вытащенное из колодца ведро с водой (массой m) уронили, и оно стало раскручивать ворот (масса – M, радиус – R). Расстояние от края сруба до воды d, определить угловую скорость ворота в момент касания воды, если момент сил трения в подшипниках ворота равен M, веревку и рукоятку ворота считать невесомыми.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	m, кг	M, кг	R, см	d, м	M, Н·м
1	9	30	11	5	0,1
2	10	23	23	8	0,3
3	15	40	21	8	0,2
4	8	27	20	7	0,2
5	15	31	11	7	0,1

4.9.4.6 К ободу однородного диска радиусом R приложена постоянная касательная сила F. При вращении на диск действует момент сил трения M. Найти массу диска, если он вращается с постоянным угловым ускорением ε.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, см	F, Н	M, Н·м	ε, рад/с^2
1	17	75	3	16
2	19	78	5	97
3	8	10	6	12
4	40	110	8	110
5	17	150	9	160

Задание 5

4.9.5.1 На покоящемся горизонтальном диске массой M и радиусом R находится человек (m – масса человека). В некоторый момент времени человек начинает двигаться по окружности радиусом r, концентрической диску, со скоростью v относительно диска. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	M, кг	R, м	m, кг	r, м	v, м/с
1	54	1,60	83	0,8	2
2	69	1,50	54	0,5	2
3	137	1,30	64	0,6	2
4	131	1,80	70	0,8	1
5	76	1,40	80	0,6	1

4.9.5.2 На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом R, стоит человек массой m. Масса платформы M. Пренебрегая трением, найти, с какой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью v относительно платформы. Ответ дать в единицах СИ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, м	m, кг	M, кг	v, м/с
1	13	63	51	3
2	26	89	46	1
3	14	65	49	4
4	20	68	16	5
5	28	63	29	4

4.9.5.3 На краю свободно вращающегося диска, имеющего радиус R и момент инерции J, стоит человек массой m. Диск совершает N оборотов в минуту. Во сколько раз изменится угловая скорость вращения диска, если человек перейдет от края диска к центру? Момент инерции человека считать как для материальной точки.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, м	J, кг·м^2	m, кг	N, об
1	1	85	76	5
2	1	53	59	7
3	2	61	73	6
4	2	86	53	8
5	2	61	54	7

4.9.5.4 Платформа в виде диска радиусом R вращается по инерции с частотой ν. На краю платформы стоит человек, масса которого равна m. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы равен J. Момент инерции человека рассчитать как для материальной точки.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	R, м	ν, об/мин	m, кг	J, кг·м^2
1	1	8	85	79
2	1	8	60	59
3	1	7	71	129
4	1	5	82	51
5	1	8	89	103

4.9.5.5 На скамье Жуковского (в виде диска) стоит человек и держит стержень длиной l и массой m, расположенный вдоль оси вращения скамьи (момент инерции системы J), скамья вращается с частотой ν. Определить частоту вращения скамьи, если человек повернет стержень в горизонтальное положение.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	l, м	m, кг	J, кг·м^2	ν, 1/с
1	2,50	7	5	11
2	2,1	5	3	6
3	0,60	3	6	10
4	1,20	2	2	11
5	1,00	3	3	14

4.9.5.6 Человек стоит на неподвижной скамье Жуковского (в виде диска) и держит в руках вертикально стержень, служащий осью вращения колеса радиусом R и массой m. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой ν. Определить частоту вращения скамьи, если человек повернет стержень на α градусов. Момент инерции человека и скамьи вместе J.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	R, см	m, кг	ν, 1/с	α, …^{o}	J, кг·м^2
1	12	2	25	180	3
2	10	7	29	180	7
3	24	8	43	180	3
4	30	5	29	180	7
5	10	3	27	180	3

Задание 6

4.9.6.1 Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра в конце наклонной плоскости, скатившегося с высоты H.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	H, см
1	24
2	59
3	60
4	22
5	39

4.9.6.2 Определить линейную скорость центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой H.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	H, м
1	75
2	13
3	22
4	8
5	40

4.9.6.3 Сплошной цилиндр массой m катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость оси цилиндра равна v. Определить полную кинетическую энергию цилиндра.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, кг	v, м/с
1	2	0,8
2	7	1,7
3	8	1,3
4	2	1,4
5	5	0,9

4.9.6.4 Сколько времени будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной l и высотой h?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	l, м	h, см
1	58	844
2	16	289
3	63	816
4	46	801
5	22	623

4.9.6.5 Шар скатывается по наклонной плоскости длиной l и углом наклона α. Определить скорость шара в конце наклонной плоскости. Трением пренебречь.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	l, м	α, …^{o}
1	37	75
2	9	22
3	46	56
4	73	55
5	12	30

4.9.6.6 Обруч массой M катится без скольжения со скоростью v. Найти кинетическую энергию обруча.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	M, кг	v, м/с
1	14	17
2	36	17
3	78	19
4	70	12
5	30	20

5 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

5.1 Основные понятия и законы

Молекулярная физика изучает строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений. *Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ)*:

1) все тела состоят из атомов или молекул;

2) атомы (молекулы) хаотически движутся. (Интенсивность этого движения зависит от температуры, поэтому хаотическое движение атомов (молекул) называют тепловым);

3) атомы (молекулы) взаимодействуют между собой с силами притяжения и отталкивания.

Основная задача молекулярной физики – объяснение наблюдаемых на опыте свойств макроскопических тел как суммарный результат действия большого количества молекул.

Давление – физическая величина, равная:

$$p = \frac{dF_n}{dS},$$

где dF_n – модуль нормальной силы, действующей на малый участок поверхности тела площадью dS.

Температура системы, находящейся в равновесном состоянии, служит мерой интенсивности теплового движения атомов, молекул и других частиц, образующих систему.

Молекулярно-кинетическое истолкование температуры: в системе частиц, описываемых законами классической статистической физики, находящейся в равновесном состоянии, средняя кинетическая энергия теплового движения частиц прямо пропорциональна термодинамической температуре системы.

В термодинамической температурной шкале температура выражается в кельвинах (К), обозначается Т и называется *термодинамической температурой*. Связь между термодинамической температурой Т и температурой по стоградусной шкале имеет вид: Т = t + 273,15 °С.

Абсолютный нуль – температура Т = 0 К (по стоградусной шкале t = –273,15 °С).

Атомная масса (A_r) химического элемента – отношение массы атома этого элемента к 1/12 массы атома ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12).

Молекулярная масса (M_r) вещества – отношение массы молекулы этого вещества к 1/12 массы атома ^{12}C.

Как следует из их определения, атомная и молекулярная массы являются безразмерными величинами.

Атомная единица массы (а. е. м.) – единица массы, равная 1/12 массы атома ^{12}C:

$$m_{ед} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,кг.$$

Моль – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, ионов, электронов и т. д.), равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C.

Число Авагадро – число частиц, содержащихся в моле вещества:

$$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\,моль^{-1}.$$

Молярная масса – масса моля. Молярная масса равна произведению N_A на массу молекулы $Mr \cdot m_{åä}$:

$$M = N_A \cdot Mr \cdot m_{ед}.$$

Идеальный газ – газ, молекулы которого совершают хаотическое тепловое движение, но размерами и взаимодействием между молекулами можно пренебречь.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 < v_{кв} >^2 ,$$

где n – концентрация молекул газа;

m_0 – масса молекулы;

$< v_{кв} >$ – среднеквадратичная скорость молекулы.

Среднеквадратичная скорость:

$$v_{кв} = \sqrt{\left\langle v^2 \right\rangle} = \sqrt{\frac{3k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} ,$$

среднеарифметическая скорость:

$$\overline{v} = \frac{v_1 + v_2 + ... + v_N}{N} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot M}} ,$$

наиболее вероятная скорость:

$$v_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} ,$$

где m – масса молекулы;

M – молярная масса газа;

T – термодинамическая температура;

k – постоянная Больцмана;

R – универсальная газовая постоянная.

Уравнение состояния идеального газа, называемое также *уравнением Клапейрона – Менделеева:*

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT ,$$

где R = 8,31 Дж/(моль К) – универсальная газовая постоянная;

m – масса газа;

M – молярная масса газа;

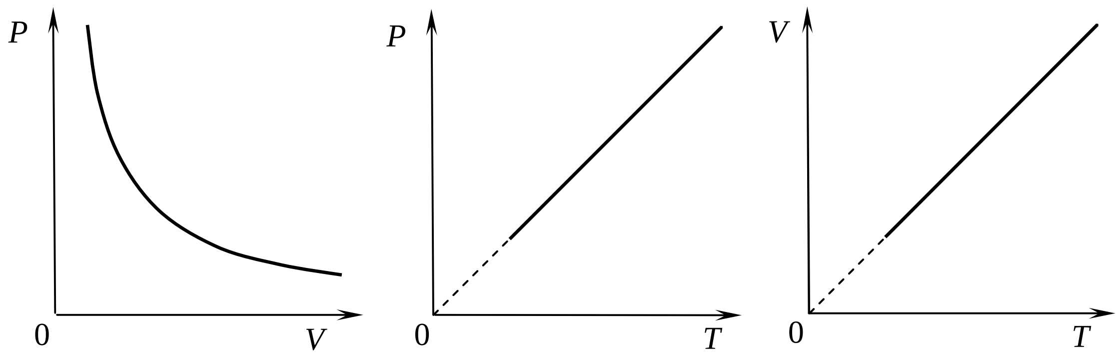
T – термодинамическая температура;

ν – количество вещества.

Газовые законы

1 *Закон Бойля – Мариотта для изотермического процесса*
Для постоянной массы газа при постоянной температуре ($T = const$, $m = const$) произведение давления газа на его объем есть величина постоянная (рис. 5.1, *а*):

$$PV = const,$$



а *б* *в*

а – изотермический процесс; б – изохорный процесс;
в – изобарный процесс

Рисунок 5.1 – Изопроцессы

2 З*акон Гей-Люссака для изохорного процесса*
Давление данной массы газа при постоянном объеме ($V = const$, $m = const$) изменяется линейно с температурой (рис. 5.1, *б*):

$$\frac{P}{T} = const, \text{ или } P = const \cdot T,$$

3 З*акон Шарля для изобарного процесса*
Объем данной массы газа при постоянном давлении ($P = const$, $m = cons)t$ изменяется линейно с температурой (рис. 5.1, *в*):

$$\frac{V}{T} = const, \text{ или } V = const \cdot T,$$

Для смеси газов выполняется *закон Дальтона*: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в неё газов:

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_i,$$

где P_i – парциальное давление *i*-й компоненты смеси.

Парциальное давление – это давление, которое производил бы один газ при том же объёме и температуре, если бы других газов не было.

Число степеней свободы – это число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве.

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится, в среднем, кинетическая энергия, равная *kT/2*, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем, энергия, равная kT.

Средняя энергия молекулы

$$<\varepsilon> = \frac{i}{2}kT,$$

где i – сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{пост} + i_{вращ} + 2i_{колеб}.$$

Функция распределения по модулям скоростей $f(\upsilon)$ – определяет относительное число молекул $\frac{dN(\upsilon)}{N}$ из общего числа N молекул, скорости которых лежат в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$.

Функция распределения Максвелла по направлениям скоростей имеет вид:

$$F(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon} = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} 4\pi\upsilon^2,$$

где m – масса молекулы;

k – постоянная Больцмана;

Т – термодинамическая температура;

υ – модуль скорости молекулы.

Число молекул, скорости которых находятся в интервале $\upsilon ... \upsilon + d\upsilon$, будет равно:

$$dN = 4\pi \cdot N \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} 4\pi\upsilon^2 d\upsilon.$$

Функция распределения молекул по энергиям теплового движения $f(E)$ определяет относительное число молекул $\frac{dN(E)}{N}$ из общего числа молекул N, которые имеют кинетическую энергию $E = \frac{m_0 \upsilon^2}{2}$, заключенную в интервале от E до $E + dE$:

$$f\,(E_{\hat{e}}) = \frac{dN(E)}{NdE} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2} \cdot \ e^{-\frac{E}{kT}}\sqrt{E}\ .$$

Количество молекул, имеющих кинетическую энергию в интервале от E до $E+dE$, определяется выражением

$$dN = N \cdot f\,(E)dE = N\frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2} \cdot \ e^{-\frac{E}{kT}}\sqrt{E}dE\ .$$

Барометрическая формула:

$$P = P_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT}),$$

где P *и* P_0 – давления газов на высоте h и h_0 соответственно;
M – молярная масса;
g – ускорение свободного падения;
R – универсальная газовая постоянная;
T – термодинамическая температура.
Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле:

$$n = n_0 \exp(-\frac{U}{kT}),$$

где n и n_0 – концентрация молекул на высоте h и $h_0 = 0$;
$U = m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения;
k – постоянная Больцмана;
T – термодинамическая температура;
m_0 – масса одной молекулы.

5.2 Таблица формул

Основные формулы раздела можно записать в таблицу 5.1.

Таблица 5.1

Формула	*Название формулы*	*Название величин в формуле*
1	*2*	*3*
$p = \dfrac{dF_n}{dS}$	Давление	dF_n — модуль нормальной силы, действующей на малый участок поверхности тела площадью dS
T = t + 273,15 °C	Перевод температуры из шкалы Цельсия в шкалу Кельвина	t – температура по шкале Цельсия
$M = N_A \cdot Mr \cdot m_{ед}$	Молярная масса	M – молярная масса, Mr – молекулярная масса, $m_{\hat{a}\ddot{a}} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \hat{e}\tilde{a}$ – атомная единица массы, $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \grave{\imath}\hat{\imath}\ddot{e}\ddot{u}^{-1}$ – число Авогадро
$p = \dfrac{1}{3} n m_0 < v_{кв} >^2 = nkT$	Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов	p – давление газа, n – концентрация молекул газа, m_0 – масса молекулы, $< v_{\hat{e}\hat{a}} >$ – среднеквадратичная скорость молекулы, T – термодинамическая температура, k – постоянная Больцмана
$v_{кв} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\dfrac{3k \cdot T}{m}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$	Среднеквадратичная скорость	m – масса молекулы, M – молярная масса газа, T – термодинамическая температура, k – постоянная Больцмана, $R = 8{,}31 \dfrac{Дж}{моль \cdot K}$ – универсальная газовая постоянная
$\bar{v} = \dfrac{v_1 + v_2 + ... + v_N}{N} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi \cdot m}} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi \cdot M}}$	Среднеарифметическая скорость	
$v_{вер} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}}$	Наиболее вероятная скорость	
$pV = const$, при T = const, m = const	Закон Бойля – Мариотта	p – давление газа, V – объем

Продолжение табл. 5.1

1	2	3
$V = V_0(1+\alpha\cdot t)$, при p = const, m = const $p = p_0(1+\alpha\cdot t)$, при V = const, m = const	Законы Гей-Люссака	t — температура по шкале Цельсия, p_o и V_0 — давление и объем при 0 °C, коэффициент ά = 1/273,15 $К^{-1}$.
$\frac{pV}{T} = const$	Уравнение состояния идеального газа для постоянной массы газа	p – давление газа, V – объем, T – температура в Кельвинах
$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$	Уравнение Клапейрона — Менделеева (уравнение состояния идеального газа для произвольной массы газа)	R – универсальная газовая постоянная, m – масса газа, M – молярная масса газа, T – температура, ν – количество вещества
$p = \sum_{i=1}^{n} p_i$	Закон Дальтона для давления смеси n идеальных газов	p_i – парциальное давление i-го компонента смеси
$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon} = 4\pi\cdot\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} 4\pi\upsilon^2$	Функция распределения по модулям скоростей	$\frac{dN(\upsilon)}{N}$ – относительное число молекул из общего числа N молекул, скорости которых лежат в интервале от υ до $\upsilon+d\upsilon$, m – масса молекулы, k – постоянная Больцмана, Т – термодинамическая температура, υ – модуль скорости молекулы
$dN = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} 4\pi\upsilon^2 d\upsilon$	Число молекул, скорости которых находятся в интервале $\upsilon ... \upsilon + d\upsilon$	m – масса молекулы, k – постоянная Больцмана, Т – термодинамическая температура, υ – модуль скорости молекулы

Продолжение табл. 5.1

1	2	3
$\Delta N=\frac{4}{\sqrt{\pi}}Ne^{-u^2}u^2\Delta u$	Число молекул, относительные скорости которых заключены в данном интервале (u, $u+du$)	u = $\upsilon/\upsilon_в$ – относительная скорость молекул, $\upsilon_в$ – наиболее вероятная скорость
$f(E_к)=\frac{dN(E)}{NdE}=$ $=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\sqrt{E}$	Функция распределения молекул по энергиям теплового движения	$\frac{dN(E)}{N}$ – относительное число молекул из общего числа молекул N, которые имеют кинетическую энергию $E=\frac{m_0\upsilon^2}{2}$, заключенную в интервале от E до $E+dE$; k – постоянная Больцмана, Т – термодинамическая температура
$dN=N\cdot f(E)dE=$ $=N\frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\sqrt{E}dE$	Количество молекул, имеющих кинетическую энергию в интервале от E до $E+dE$	E – кинетическая энергия, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура
$n=n_0\exp(-\frac{U}{kT})$	Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле	n и n_0 – концентрация молекул на высоте h и h_0 = 0, $U=m_0gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура, m_0 – масса одной молекулы
$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT$	Средняя энергия молекулы	$i=i_{пост}+i_{вращ}+2i_{колеб}$ – сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы

5.3 Вопросы для самоподготовки

1 Опишите явления и опыты, экспериментально подтверждающие основные положения МКТ. [1, с. 81 – 84]

2 Вывести основное уравнение МКТ газов. [4, с. 65 – 67]

3 Показать, в чем заключается статистический смысл понятий давления и температуры. [4, с. 65 – 68]

4 Получить из основного уравнения МКТ уравнение состояния идеального газа. [4, с. 62 – 65]

5 Показать, что функция распределения является нормированной на 1. [4, с. 72 – 74]

6 Получить распределение Максвелла по направлениям скоростей. [4, с. 74 – 79; 2, с. 128 – 132]

7 Определить наиболее вероятную скорость молекул из распределения Максвелла по направлению скоростей. [1, с. 88 – 91]

8 Определить среднеквадратичную скорость молекул из распределения Максвелла по направлению скоростей. [1, с. 88 – 91]

9 Определить среднеарифметическую скорость молекул из распределения Максвелла по направлению скоростей. [1, с. 88 – 91]

10 Получить распределение молекул по величине скорости. [4, с. 79 – 81]

11 Вывести барометрическую формулу. [4, с. 81 – 83]

12 Получить распределение Больцмана и пояснить физический смысл входящих в него величин. [4, с. 83 – 86]

5.4 Литература

1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т.И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1990 – 541 с. – ISBN 5-06-003634-0.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 3-е изд., испр. – М. : Высшая школа, 2001. – 718 с. : ил. – ISBN 5-06-003556-5.

3 **Тулупенко, В. М.** Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка : курс лекцій з дисципліни «Фізика» / В. М. Тулупенко, В. Г. Білих, Р. В. Баржеєв. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – 104 с. – ISBN 978-966-379-119-7.

4 **Тулупенко, В. Н.** Механика. Молекулярная физика. Термодинамика : курс лекций по дисциплине «Физика» / В. Н. Тулупенко, В. Г. Белых, Р. В. Баржеев. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 108 с. – ISBN 979-966-379-120-3.

5.5 Тестовые задания для самоконтроля

1 Статистический метод исследований основан:

а) на использовании теории вероятностей и использовании определенных моделей строения изучаемых систем;

б) анализе условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе;

в) использовании теорий вероятностей и определенных моделей строения изучаемых систем, а также анализе условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе.

2 Термодинамический метод исследований основан:

а) на использовании теории вероятностей и использовании определенных моделей строения изучаемых систем;

б) анализе условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе;

в) использовании теорий вероятностей и определенных моделей строения изучаемых систем, а также анализе условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе.

3 К основным положениям МКТ не относятся:

а) все тела состоят из молекул или атомов;

б) атомы (молекулы) хаотически движутся;

в) температура есть мера кинетической энергии молекул (атомов) вещества.

4 К основным положениям МКТ не относятся:

а) атомы (молекулы) вещества хаотически движутся;

б) атомы (молекулы) взаимодействуют между собой с силами притяжения или отталкивания;

в) взаимодействие между атомами (молекулами) вещества носит упругий характер.

5 К основным положениям МКТ не относятся:

а) все тела состоят из молекул или атомов;

б) атомы (молекулы) взаимодействуют между собой с силами притяжения или отталкивания;

в) скорость движения атомов (молекул) является постоянной.

6 Интенсивность хаотического движения атомов (молекул) вещества зависит:

а) от температуры;

б) давления;

в) объема, занимаемого веществом.

7 Основной задачей молекулярной физики является:

а) объяснение наблюдаемых на опыте свойств макроскопических тел, как суммарный результат действия большого количества молекул;

б) объяснение свойств молекул и атомов вещества как результат взаимодействия между ними;

в) определение связи термодинамических параметров (давления, температуры, объема) между собой.

8 Раздел физики, который изучает общие свойства макроскопических тел, находящихся в состоянии равновесия, и процессы перехода между этими состояниями безотносительно к внутреннему микроскопическому строению вещества, называется:

а) термодинамикой;

б) молекулярной физикой;

в) теорией газов.

9 Термодинамической системой называют:

а) совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией, как между собой, так и с окружающей средой;

б) совокупность микроскопических тел (молекул и атомов), способных к взаимодействию;

в) совокупность неподвижных тел, способных обмениваться только тепловой энергией.

10 Равновесным состоянием называется такое состояние системы, когда:

а) с течением времени ее термодинамические параметры не изменяются;

б) с течением времени ее термодинамические параметры изменяются по известным законам;

в) два любых термодинамических параметра являются неизменными с течением времени.

11 Процесс перехода из неравновесного состояния в равновесное называется:

а) равновесным процессом;

б) квазистатическим процессом;

в) релаксацией.

12 Равновесным называется процесс:

а) перехода системы из одного равновесного состояния в другое;

б) перехода системы из неравновесного состояния в равновесное;

в) любой термодинамический процесс.

13 Открытой системой называется термодинамическая система, которая:

а) может обмениваться веществом с внешней средой;

б) может обмениваться только энергией с внешней средой;

в) может изменить свой химический состав.

14 Закрытая система не может обмениваться с внешней средой:

а) веществом;

б) веществом и энергией;

в) энергией.

15 Изолированной называется термодинамическая система, которая не может:

а) обмениваться с внешней средой ни веществом, ни энергией;

б) обмениваться с внешней средой веществом;

в) обмениваться с внешней средой энергией.

16 Замкнутой системой называется термодинамическая система, которая:

а) не способна к обмену энергией с внешней средой путем совершения работы;

б) не способна к обмену тепловой энергией с внешней средой;

в) не способна совершать работу.

17 Термодинамическая система называется адиабатной, если:

а) она не может обмениваться с другими системами энергией путем теплообмена;

б) она не может обмениваться энергией с внешней средой путем совершения работы;

в) она не способна совершать работу.

18 Удельным объемом называют:

а) физическую величину, равную отношению объема системы к ее массе;

б) физическую величину, равную отношению объема системы к ее молекулярной массе;

в) физическую величину, равную отношению массы системы к ее объему.

19 Давлением называется физическая величина, равная:

а) $p = \frac{dF_n}{ds}$;

б) $p = \frac{dF_n}{dt}$;

в) $p = \frac{dF_n}{dm}$.

20 Единицами измерения давления являются:

а) *Па;*

б) *Н·м;*

в) *Дж.*

21 Средняя кинетическая энергия теплового движения молекул:

а) прямо пропорциональна температуре;

б) обратно пропорциональна температуре;

в) не зависит от температуры.

22 Пусть t – температура системы по шкале Цельсия, T – температура системы по шкале Кельвина. Выберите верное выражение:

а) $T = t + 273\,^{o}C$;

б) $T = T + 273\,^{o}C$;

в) $T = t + 100\,^{o}C$.

23 Атомной массой (Ar) химического элемента называется:

а) отношение массы этого элемента к 1/12 массы атома ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12);

б) отношение 1/12 массы атома углерода ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12) к массе этого элемента;

в)

отношение массы этого элемента к массе атома ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12).

24 Молекулярной массой (Mr) вещества называется:

а) отношение массы молекулы вещества к 1/12 массы атома ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12);

б) отношение массы молекулы этого вещества к массе атома углерода ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12) к массе этого элемента;

в) отношение массы атома ^{12}C (изотопа углерода с массовым числом 12) к массе молекулы вещества.

25 Атомной единицей массы называется:

а) единица массы, равная 1/12 массы атома ^{12}C;

б) единица массы, равная массе атома ^{12}C;

в) единица массы, равная массе атома водорода ^{1}H.

26 Атомная масса измеряется:

а) в килограммах;

б) в молях;

в) является безразмерной величиной.

27 Молекулярная масса измеряется:

а) в килограммах;

б) в молях;

в) является безразмерной величиной.

28 Молем называется:

а) количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, электронов и т. д.), равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C;

б) количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, электронов и т. д.), равное числу атомов в 0,001 кг изотопа водорода ^{1}H;

в) количество вещества, заключенное в единице объема.

29 Число Авогадро определяет:

а) число частиц, содержащихся в моле вещества;

б) число частиц, заключенное в единице объема;

в) число частиц, содержащихся в единице массы.

30 Молярной массой называют:

а) массу одного моля вещества;

б) массу одной молекулы;

в) произведение массы одной молекулы на количество молекул, содержащихся в единице объема.

31 Пусть Mr – молекулярная масса, N_a – число Авогадро, $m_{ед}$ – атомная единица массы, тогда M – молярная масса – равна:

а) $M = N_a Mr \cdot m_{ед}$;

б) $M = \dfrac{N_a Mr}{m_{ед}}$;

в) $M = \dfrac{N_a m_{ед}}{Mr}$.

32 Идеальным газом называется газ:

а) молекулы которого совершают хаотическое тепловое движение, но размерами и взаимодействием между молекулами можно пренебречь;

б) молекулы которого являются неподвижными материальными точками;

в) молекулы которого совершают хаотическое движение, упруго деформируя друг друга при взаимодействии.

33 В уравнении $p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2{}_{кв} \rangle$, n – это:

а) концентрация молекул;
б) число молекул;
в) постоянная Авогадро.

34 В уравнении $p = \frac{1}{3} n m_0 \left\langle v^2{}_{кв} \right\rangle$, m_0 *– это:*

а) масса одной молекулы;
б) молярная масса;
в) масса газа.

35 Выберите верное выражение связи средней кинетической энергии движения одной молекулы одноатомного газа <$E_к$> с температурой:

а) $\left\langle E_к \right\rangle = \frac{3}{2} kT$;
б) $\left\langle E_к \right\rangle = kT$;
в) $\left\langle E_к \right\rangle = \frac{3}{2} RT$.

36 Выберите верное выражение для среднеквадратичной скорости:

а) $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$;
б) $v = \sqrt{\frac{5kT}{2m}}$;
в) $v = \sqrt{\frac{3km}{T}}$.

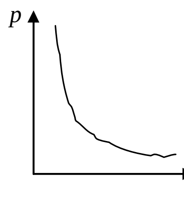
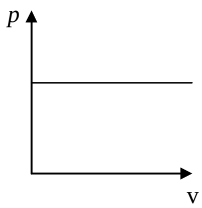
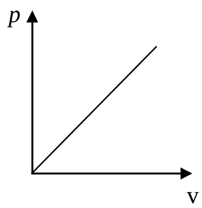
37 Выберите наиболее верную формулировку закона Бойля – Мариотта для изотермического процесса:

а) для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления на объем есть величина постоянная (pv = const);

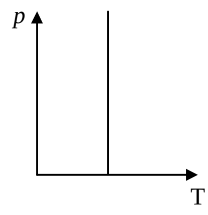
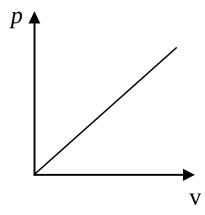
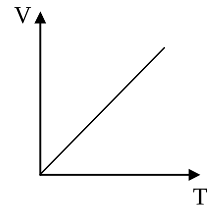
б) для данной массы газа при постоянной температуре отношение давления и объема есть величина постоянная (p/v = const);

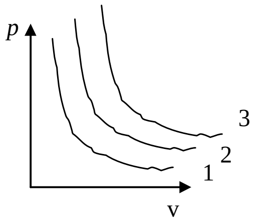
в) для данной массы газа при постоянной температуре отношение объема и давления есть величина постоянная (v/p = const).

38 Выберите верное изображение изотермы на графике:

а)		б)		в)	

39 Выберите верное изображение изотермы на графике:

<table>
<tr>
<td>а)</td>
<td>
</td>
<td>б)</td>
<td>
</td>
<td>в)</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>



40 На графике изображены несколько изотерм. Выберите верное утверждение:

а) температура первой изотермы ниже, чем второй и третьей;

б) температура первой изотермы выше, чем второй и третьей;

в) температуры всех трех изотерм одинаковы.

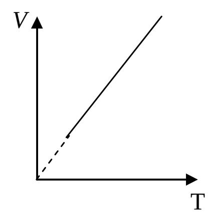
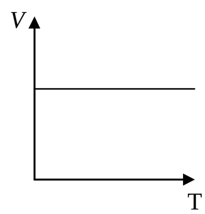
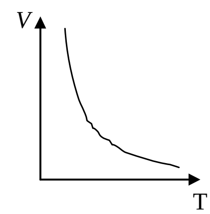
41 Выберите наиболее верную формулировку закона Гей-Люссака для изобарного процесса:

а) объем данной массы газа при постоянном давлении линейно изменяется с температурой: $v = v_0(1 + \alpha t)$;

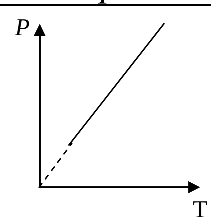
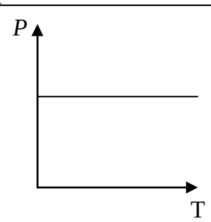
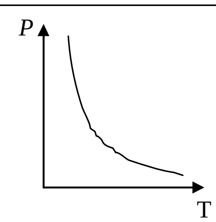
б) объем данной массы газа при постоянном давлении квадратично изменяется с температурой: $v = v_0(1 + \alpha t^2)$;

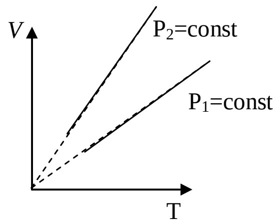
в) объем данной массы газа при постоянном давлении не зависит от температуры.

42 Выберите верное изображение изобары на графике:

<table>
<tr>
<td>а)</td>
<td>
</td>
<td>б)</td>
<td>
</td>
<td>в)</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

43 Выберите верное изображение изобары на графике:

<table>
<tr>
<td>а)</td>
<td>
</td>
<td>б)</td>
<td>
</td>
<td>в)</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>



44 На графике изображены две изобары. Выберите верное утверждение:

а) $p_1 > p_2$;

б) $p_1 < p_2$;

в) $p_1 = p_2 = const$.

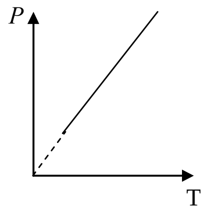
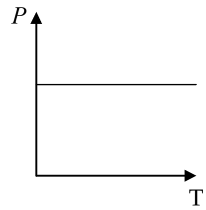
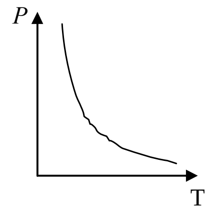
45 Выберите наиболее верную формулировку закона Гей-Люссака для изохорного процесса:

а) давление данной массы газа при постоянном объеме линейно изменяется с температурой: $p = p_0(1 + \alpha t)$;

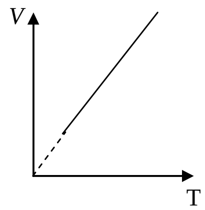
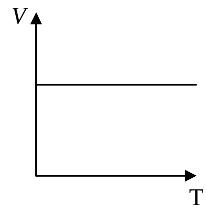
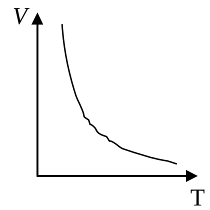
б) давление данной массы газа при постоянном объеме квадратично изменяется с температурой: $p = p_0(1 + \alpha t^2)$;

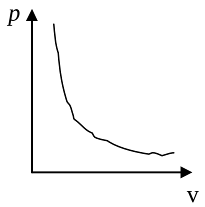
в) давление данной массы газа при постоянном объеме не зависит от температуры.

46 Выберите верное изображение изохоры на графике:

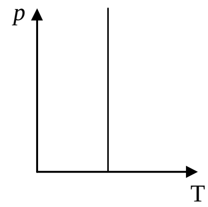
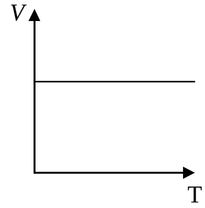
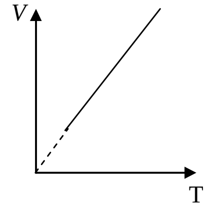
а)		б)		в)	

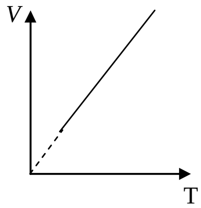
47 Выберите верное изображение изохоры на графике:

а)		б)		в)	

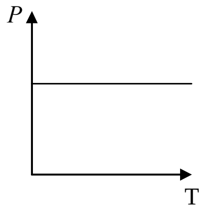
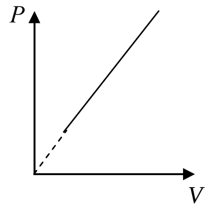
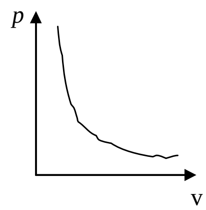


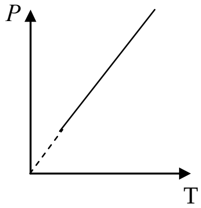
48 На графике в координатах (P; V) изображен некоторый процесс. На каком из приведенных графиков изображен этот же процесс в других координатах?

а)		б)		в)	

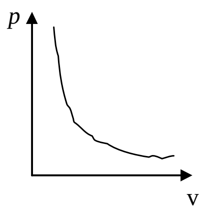
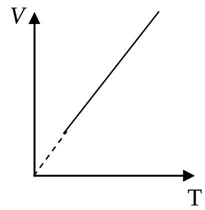
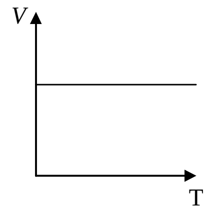


49 На графике в координатах (V; T) изображен некоторый процесс. На каком из приведенных графиков изображен этот же процесс в других координатах?

а)		б)		в)	



50 На графике в координатах (P; T) изображен некоторый процесс. На каком из приведенных графиков изображен этот же процесс в других координатах?

а)		б)		в)	

51 Выберите наиболее верную формулировку закона Авогадро:

а) моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы;

б) моли газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы, линейно зависящие от их молярных масс;

в) объем, занимаемый молем газа, не зависит от давления и температуры.

52 Выберите верную запись уравнения Клапейрона – Менделеева:

а) $PV = \frac{m}{M} RT$;

б) $PV = RT$;

в) $\frac{PV}{M} = RT$.

53 В уравнении Клапейрона – Менделеева m – это:

а) масса газа;

б) молярная масса газа;

в) масса одной молекулы.

54 В уравнении Клапейрона – Менделеева M – это:

а) масса газа;

б) молярная масса газа;

в) масса одной молекулы.

55 В уравнении Клапейрона – Менделеева R – это:

а) универсальная газовая постоянная;

б) сопротивление газа;

в) радиус молекулы газа.

56 В уравнении Клапейрона – Менделеева T – это:

а) температура газа в кельвинах;

б) температура газа в градусах Цельсия;

в) температурный коэффициент.

57 Внутренней энергией системы называется:

а) энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц;

б) тепловая энергия системы;

в) не механическая энергия системы.

58 Число степеней свободы – это:

а) число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве;

б) координаты частицы в декартовой системе координат;

в) координаты частицы в полярной системе координат.

59 Для одноатомного газа число степеней свободы молекулы равно:

а) $i=3$;

б) $i=5$;

в) $i=6$.

60 Для двухатомного газа число степеней свободы молекулы равно:

а) $i=3$;
б) $i=5$;
в) $i=6$.

61 Для трехатомного газа число степеней свободы молекулы равно:
а) $i=3$;
б) $i=5$;
в) $i=6$.

62 Выберите наиболее верную формулировку закона Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул:

а) для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится, в среднем, энергия, равная ($кT/2$), а на каждую колебательную степень свободы – в среднем, энергия, равная ($кT$);

б) для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится, в среднем, энергия, равная ($кT$), а на каждую колебательную степень свободы – в среднем, энергия, равная ($2кT$);

в) для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится, в среднем, энергия, равная ($кT$), а на каждую колебательную степень свободы – в среднем, энергия, равная ($кT/2$).

63 Средняя кинетическая энергия молекулы газа равна:

а) $\langle E\rangle = \frac{i}{2}kT$;

б) $\langle E\rangle = \frac{i}{2}RT$;

в) $\langle E\rangle = ikT$.

64 В формуле средней кинетической энергии молекулы газа $\langle E\rangle = \frac{i}{2}kT$, i *– это:*

а) сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекул;

б) сумма числа поступательных, числа вращательных и числа колебательных степеней свободы молекул;

в) сумма числа поступательных, числа колебательных и удвоенного числа вращательных степеней свободы молекул.

65 Внутренняя энергия для произвольной массы газа равна $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$, *где* i *– это:*

а) число степеней свободы молекул газа;

б) число поступательных степеней свободы молекул газа;
в) число вращательных степеней свободы молекул газа.

66 В формуле распределения Максвелла $f(\upsilon)=\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)}$ *m – это:*

а) масса молекулы газа;
б) масса газа;
в) масса термодинамической системы.

67 В формуле распределения Максвелла $f(\upsilon)=\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)}$ *k – это:*

а) постоянная Больцмана;
б) коэффициент упругой связи между молекулами газа;
в) число степеней свободы молекул газа.

68 В формуле распределения Максвелла $f(\upsilon)=\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)}$ *T– это:*

а) термодинамическая температура в Кельвинах;
б) термодинамическая температура в градусах Цельсия;
в) кинетическая энергия молекул.

69 Выберите верное выражение для наиболее вероятной скорости молекул:

а) $v_в=\sqrt{\dfrac{2kT}{m}}$;

б) $v_в=\sqrt{\dfrac{5kT}{m}}$;

в) $v_в=\sqrt{\dfrac{6kT}{m}}$.

70 Выберите верное выражение для среднеквадратичной скорости молекул:

а) $\bar{v}_{кв}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$;

б) $\bar{v}_{кв}=\sqrt{\dfrac{7kT}{m}}$;

в) $\bar{v}_{кв}=\sqrt{\dfrac{10kT}{m}}$.

71 Выберите верное выражение для среднеарифметической скорости молекул:

а) $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}}$;

б) $\bar{v} = \sqrt{\frac{10kT}{\pi \cdot m}}$;

в) $\bar{v} = \sqrt{\frac{10kT}{m}}$.

72 С увеличением высоты давление:

а) увеличивается;
б) уменьшается;
в) не изменяется.

73 В барометрической формуле $P = P_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT})$ *P – это:*

а) давление на некоторой высоте;
б) вес газа;
в) плотность газа.

74 В барометрической формуле $P = P_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT})$ *M – это:*

а) молярная масса газа;
б) масса газа на некоторой высоте;
в) суммарный момент сил молекул газа.

5.6 Особенности методики решения задач по молекулярной физике

Задачи по молекулярной физике можно условно разделить на пять классов:

1 Задачи на применение уравнения состояния идеального газа
2 Задачи на определение параметров смесей идеальных газов
3 Расчет скоростей и энергий идеального газа согласно кинетической теории идеальных газов
4 Применение распределения Максвелла по скоростям и энергиям
5 Применение барометрической формулы

5.6.1 Задачи на применение уравнения состояния идеального газа

Уравнение состояния идеального газа применяют к газам, взятым при условиях, не слишком сильно отличающихся от нормальных ($t = 0^o$ С, $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па), а также к разреженным газам. Для сильно сжатых (уплотненных) газов, находящихся при очень больших давлениях (свыше 10^7 Па) или при слишком низких температурах, уравнение состояния (уравнение Клапейрона – Менделеева) неприменимо.

Уравнение состояния связывает между собой пять физических величин, характеризующих состояние газа, – p, V, T, m, μ – и позволяет по заданным четырем найти пятую величину. При этом следует помнить, что отношение $\nu = m / \mu$ представляет собой количество вещества, $\rho = V / m$ есть плотность газа, $\upsilon = V / m$ – удельный объем газа.

В некоторых задачах приводятся значения давления газа через внесистемные единицы измерения. При решении таких задач необходимо обязательно выполнить перевод этих единиц измерения в систему СИ:

1 атм (физическая атмосфера) = 760 мм рт.ст. = $1{,}01 \cdot 10^5$ Па;

1ат (техническая атмосфера) = 1 кгс/см^2 = $9{,}8 \cdot 10^4$ Па.

5.6.2 Задачи на определение параметров смесей идеальных газов

Если в задаче идет речь о нахождении каких-либо параметров смесей идеальных газов, то базовым законом следует считать *закон Дальтона*: давление смеси газов равно сумме парциальных давлений, оказываемых каждым из компонентов смеси, при условии, что этот компонент занимает весь предоставленный объем:

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i \ .$$

Парциальные давления можно найти, применяя уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева).

5.6.3 Расчет скоростей и энергий идеального газа согласно кинетической теории идеальных газов

В кинетической теории, рассматривающей газ как совокупность огромного числа хаотически движущихся молекул и являющейся поэтому статистической теорией, употребляются различные типы средних скоростей молекул: средняя квадратичная, средняя арифметическая и наиболее вероятная. Все эти средние скорости можно вычислить, используя соответствующие формулы:

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot M}},$$

$$v_{вер} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Средней квадратичной скоростью пользуются в тех случаях, когда необходимо рассчитать какую-либо физическую величину, пропорциональную квадрату скорости, например кинетическую энергию поступательного движения молекулы газа, давление газа.

Средняя арифметическая скорость позволяет определить значения таких физических величин, характеризующих свойства газа, в формулу которых скорость входит в первой степени, например среднее число столкновений молекулы в единицу времени, среднее время свободного пробега, средний импульс молекулы.

Наиболее вероятной скоростью пользуются в задачах, связанных с применением закона распределения молекул по скоростям. Этой скорости соответствует максимум функции распределения.

5.6.4 Применение распределения Максвелла по скоростям и энергиям

В задачах на применение распределения Максвелла обычно требуется найти число молекул, обладающих скоростью в заданном интервале.

Интегрируя правую и левую части уравнения

$$\int_0^N \frac{dN(\upsilon)}{N} = \int_{\upsilon}^{\upsilon+d\upsilon} 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} 4\pi\upsilon^2 d\vartheta,$$

можно определить полное число молекул N, скорости которых лежат в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$.

Аналогично, путем интегрирования находят число молекул, обладающих энергией в указанном диапазоне:

$$\int_0^N \frac{dN(E)}{N} = \int_E^{E+dE} \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \cdot\ e^{-\frac{E}{kT}} \sqrt{E}\, dE.$$

5.6.5 Применение барометрической формулы

Согласно барометрической формуле давление газа убывает с высотой по экспоненциальному закону:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right).$$

Этим законом пользуются для определения высоты над Землей путем измерения давления на данной высоте и на уровне моря. При этом температура на всех высотах считается постоянной.

5.7 Примеры решения задач

1 В баллоне объемом V = 10 л находится гелий под давлением p_1 = l МПа при температуре T_1 = 300 К. После того как из баллона был израсходован гелий массой m = 10 г, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Дано:
V = 10 л = $10 \cdot 10^{-3}$ м^3
p_1 = l МПа = 10^6 Па
T_1 = 300 К
m = 10 г = 0,01 кг
T_2 = 290 К

p_2 – ?

Решение

Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его дважды к начальному и конечному состояниям газа. Для начального состояния уравнение имеет вид

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1 \tag{5.1}$$

а для конечного состояния –

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2, \tag{5.2}$$

где m_1 и m_2 — массы гелия в начальном и конечном состояниях.

Выразим массы m_1 и m_2 гелия из уравнений (5.1) и (5.2):

$$m_1 = \frac{M p_1 V}{RT_1}, \tag{5.3}$$

$$m_2 = \frac{M p_2 V}{RT_2}. \tag{5.4}$$

Вычитая из уравнения (5.3) равенство (5.4), получим

$$m = m_1 - m_2 = \frac{Mp_1V}{RT_1} - \frac{Mp_2V}{RT_2}.$$

Отсюда найдем искомое давление:

$$p_2 = \frac{RT_2}{MV}\left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m\right) = \frac{T_2}{T_1}p_1 - \frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}. \qquad (5.5)$$

Проверим, дает ли правая часть формулы (5.5) единицу давления. Для этого выразим все величины, входящие в нее, в соответствующих единицах. Единица, в которой выражается первое слагаемое, не вызывает сомнений, так как отношение T_2/T_1 — величина безразмерная. Проверим, в каких единицах выражается второе слагаемое:

$$\frac{[m]}{[M]}\cdot\frac{[R][T_1]}{[V]} = \frac{кг}{кг/моль}\frac{[Дж/(К\cdot моль)]\cdot К}{м^3} = \frac{кг\cdot Дж\cdot К\cdot моль}{кг\cdot м^3\cdot К\cdot моль} = \frac{Дж}{м^3} = \frac{Н\cdot м}{м^3} =$$
$$= \frac{Н}{м^2} = Па.$$

Убедившись в том, что правая часть полученной расчетной формулы дает единицу искомой величины — давления, можем подставить в уравнение (5.5) значения всех величин и произвести вычисления.

В формуле (5.5) все величины, кроме молярной массы *M* гелия, известны. Для гелия, как одноатомного газа, относительная молекулярная масса равна его относительной атомной массе A_r.

Из таблицы Д. И. Менделеева найдем $A_r = 4$. Следовательно, молярная масса гелия $M = A_r\cdot10^{-3}$ кг/моль $= 4\cdot10^{-3}$ кг/моль. Подставив значения величин в формулу (5.5), получим

$$p_2 = \frac{290}{300}\cdot10^6 - \frac{0{,}01}{4\cdot10^{-3}}\frac{8.31\cdot290}{10^{-3}} = 3{,}64\cdot10^5\,Па = 364\,кПа.$$

Ответ: 364 кПа.

2 В сосуде объемом 2 $м^3$ находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27 $^oС$. Определить давление смеси газов.

Дано:
$V = 2м^3$
$m_1 = 4$ кг
$m_2 = 2$ кг
T = 300 K
$M_1 = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль

Решение

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к гелию и водороду:

$M_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

p – ?

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1, \tag{5.6}$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2, \tag{5.7}$$

где p_1 – парциальное давление гелия, p_2 – парциальное давление водорода, M_1 – молярная масса гелия, M_2 – молярная масса водорода, V – объем сосуда, R – универсальная газовая постоянная, m_1 – масса гелия, m_2 – масса водорода.

Под парциальным давлением p_1 и p_2 понимается то давление, которое производил бы газ, если бы только он один находился в сосуде. По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси:

$$p = p_1 + p_2. \tag{5.8}$$

Из уравнений (5.6) и (5.7) выразим p_1 и p_2 и подставим в уравнение (5.8). Имеем:

$$p = \frac{m_1 RT}{M_1 V} + \frac{m_2 RT}{M_2 V} = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V}.$$

Вычислим:

$$p = \left(\frac{4}{4 \cdot 10^{-3}} + \frac{2}{2 \cdot 10^{-3}}\right)\frac{8{,}31 \cdot 300}{2} \approx 2{,}5 \cdot 10^{6}\,(\mathit{Па}).$$

Ответ: 2,5 МПа.

3 Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки m = 10^{-8} г. Воздух считать однородным газом, масса одного моля которого равна M = $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Дано:
$m = 10^{-8}$ г
$M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

$\frac{\upsilon_{\hat{e}\hat{a}1}}{\upsilon_{\hat{e}\hat{a}2}}$ – ?

Решение

Используем известные выражения для средней квадратичной скорости частицы

$$v_{кв} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

где m – масса молекулы, M - молярная масса газа, T – термодинамическая температура, k – постоянная Больцмана, R – универсальная газовая постоянная.

Масса пылинки известна, поэтому ее средняя квадратичная скорость

$$v_{кв1} = \sqrt{\frac{3k \cdot T}{m}}.$$

Молярная масса воздуха также задана, поэтому средняя квадратичная скорость молекул воздуха

$$v_{кв2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Из этих выражений находим искомое отношение:

$$\frac{v_{кв1}}{v_{кв2}} = \sqrt{\frac{3k \cdot T}{m}} / \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{M \cdot k}{mR}} = \sqrt{\frac{M}{m \cdot N_A}} = \sqrt{\frac{29 \cdot 10^{-3}}{10^{-8} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}} \approx 1{,}44 \cdot 10^7.$$

Ответ: $1{,}44 \cdot 10^7$.

4 В сосуде содержится газ, количество вещества которого равно $\nu = 1{,}2$ моль. Рассматривая этот газ как идеальный, определить число ΔN молекул, скорости υ которых меньше 0,001 наиболее вероятной скорости $\upsilon_{â}$.

Дано:
$\nu = 1{,}2$ моль
$\upsilon < 0{,}001 \cdot \upsilon_в$

ΔN – ?

Решение

Для решения задачи удобно воспользоваться распределением молекул по относительным скоростям $u = \upsilon/\upsilon_в$. Число $dN(u)$ молекул, относительные скорости u которых заключены в пределах от u до du, определяется формулой

$$dN(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 du, \tag{5.9}$$

$$T_2 = T_1 (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma - 1}.$$

где N — полное число молекул.

По условию задачи, максимальная скорость интересующих нас молекул $\upsilon = 0{,}001 \cdot \upsilon_в$, откуда $u = \dfrac{\upsilon}{\upsilon_в} = 0{,}001$. Для таких значений *u* выражение (5.9) можно существенно упростить. В самом деле, для $u \ll 1$ имеем $e^{-2} \approx 1 - u^2$. Пренебрегая значением $u^2 = (0{,}001)^2 = 10^{-6}$ по сравнению с единицей, выражение (5.9) запишем в виде

$$dN(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} u^2 du\,. \tag{5.10}$$

Интегрируя это выражение по *u* в пределах от 0 до *u*, получим

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\upsilon} u^2 du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{u}{3}\bigg|_0^{\upsilon}$$

или

$$\Delta N = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}} u^3 \tag{5.11}$$

Выразив в уравнении (5.11) число молекул *N* через количество вещества и постоянную Авогадро, найдем расчетную формулу:

$$\Delta N = \frac{4\nu \cdot N_A}{3\sqrt{\pi}} u^3\,. \tag{5.12}$$

Подставим в уравнение (5.12) значения величин ν, $N_А$ и произведем вычисления:

$$\Delta N = \frac{4 \cdot 1{,}2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{3 \cdot 1{,}77} (10^{-3})^3 = 5{,}44 \cdot 10^{14} (\textit{молекул})\,.$$

Ответ: $\Delta N = 5{,}44 \cdot 10^{14}$ *молекул.*

5 На какой высоте над уровнем моря атмосферное давление составляет 78 кПа, если температура воздуха 17 ^oC и не меняется с высотой, а давление на уровне моря нормальное? Найти число частиц в единице объема (концентрацию молекул) на этой высоте.

Дано:	*Решение*
$T = 290\ K$ $p = 7{,}8.10^4\ Па$ $p_0 = 1{,}013.10^5\ Па$ $M = 29\cdot 10^{-3}\ кг/моль$	Если температура не меняется с высотой, то для нахождения давления можно воспользоваться барометрической формулой:
h – ? n – ?	$$p = p_o e^{-\frac{Mgh}{RT}}.$$

Логарифмируя эту формулу, получим:

$$\frac{Mgh}{RT} = -\ln(\frac{p}{p_0}).$$

Отсюда находим h:

$$h = \frac{RT}{Mg}\ln(\frac{p_0}{p}).$$

Вычислим:

$$h = \frac{8{,}31\cdot 290}{29\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}81}\ln(\frac{1{,}013\cdot 10^5}{7{,}8\cdot 10^4}) \approx 2165(м).$$

Концентрацию молекул на этой высоте найдем из основного уравнения МКТ:

$$p = nkT,$$

$$n = \frac{p}{kT},$$

$$n = \frac{7{,}8\cdot 10^4}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 290} \approx 1{,}98\cdot 10^{23}(м^{-3}).$$

Ответ: $h = 2165(м)$, $n = 1{,}98\cdot 10^{23}(м^{-3})$.

5.8 Задачи для аудиторного решения

1 В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением 10^6 Па при 27 °С. После того как из баллона было взято 10 *г* гелия, температура понизилась до 17 °С. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне.

2 Смесь азота и гелия при температуре 27 °С находится под давлением Р = $1{,}3 \cdot 10^2$ Па. Масса азота составляет 70 % от общей массы смеси. Найти концентрацию молекул каждого из газов.

3 Найти наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 316 мм рт. ст. равна 4,523 кг/м^3.

4 Определить массу двухатомного газа, если средняя квадратичная скорость его молекул равна 638 м/с, а средняя энергия вращательного движения его молекул равна $3{,}85 \cdot 10^4$ Дж.

5 Температура окиси азота (NO) 300 К. Определить долю молекул, скорость которых лежит в интервале от 820 до 830 м/с.

6 Атмосферное давление на поверхности Земли $1{,}00 \cdot 10^5$ Па. Насколько изменится давление при подъеме наблюдателя на высоту 334 м? Температуру воздуха считать постоянной и равной 290 К.

5.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы

Задание 1

5.9.1.1 В сосуде объемом *V* находится *m* кислорода под давлением *p*. Найти плотность газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	V, л	*m*, г	*p*, Па
1	5	40	$1{,}8 \cdot 10^5$
2	4	46	$1{,}5 \cdot 10^5$
3	2	87	$1{,}1 \cdot 10^5$
4	11	69	$1{,}6 \cdot 10^5$
5	12	19	$0{,}4 \cdot 10^5$

5.9.1.2 Найти массу воздуха, заполняющего аудиторию высотой *h* и площадью пола *S*. Давление воздуха *p*, температура помещения *t*, °С (массу одного киломоля возуха принять равной 29 кг).

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	h, м	*S*, кв. м	*p*, мм рт. ст.	*t*, ^{0}C
1	5,978	102	1 199	16
2	7,341	343	1 037	6
3	5,999	490	1 421	20
4	3,478	369	1 048	25
5	6,999	218	507	19

5.9.1.3 Каков может быть наименьший объем баллона, который вмещает *m* кислорода, если его стенки при температуре *t* выдерживают давление *p*?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	*t*, ^{o}C	*p*, Па
1	19,974	27	$135 \cdot 10^5$
2	29,263	38	$393 \cdot 10^5$
3	27,037	11	$365 \cdot 10^5$
4	4,431	34	$376 \cdot 10^5$
5	20,067	48	$311 \cdot 10^5$

5.9.1.4 Найти массу одного киломоля газа, плотность которого при давлении *p* и температуре *t* равна ρ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	p, Па	*t*, ^{o}C	ρ, кг/м^3
1	$1{,}14 \cdot 10^5$	–14	9,08
2	$1{,}17 \cdot 10^5$	–35	9,168
3	$1{,}41 \cdot 10^5$	–36	9,591
4	$1{,}24 \cdot 10^5$	–34	9,09
5	$1{,}04 \cdot 10^5$	–24	8,08

5.9.1.5 В сосуде объемом *V* находится *m* кислорода под давлением *p*. Найти число молекул, находящихся в сосуде.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	V, л	*m*, г	*p*, мм рт. ст.
1	3	41	1 723
2	8	82	1 567
3	3	35	1 200
4	7	52	1 100
5	2	16	1 300

5.9.1.6 Какое число молекул двухатомного газа занимает объем V при давлении p и температуре t?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	V, см^3	p, мм рт. ст.	t, ^oC
1	36	15	109
2	44	32	132
3	3	55	12
4	25	25	52
5	20	20	34

Задание 2

5.9.2.1 В баллоне, объем которого V, находится газ, состоящий из смеси углекислого газа и паров воды. Температура газа t. Число молекул углекислого газа N_1, число молекул паров воды N_2. Вычислить давление газовой смеси.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	V, м^3	t, ^{o} C	N_1	N_2
1	2,830	278	$8{,}288\cdot10^2$	$5{,}566\cdot10^2$
2	0,258	91	$6{,}994\cdot10^2$	$2{,}708\cdot10^2$
3	8,638	264	$8{,}033\cdot10^2$	$4{,}076\cdot10^2$
4	7,873	194	$4{,}538\cdot10^2$	$1{,}067\cdot10^2$
5	7,376	438	$4{,}919\cdot10^2$	$2{,}018\cdot10^2$

5.9.2.2 В закрытом сосуде объемом V находится масса m_1 кислорода и масса m_2 воды. Найти давление p в сосуде при температуре t, зная, что при этой температуре вся вода превратится в пар.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	V, л	m_1, кг	m_2, кг	t, ^{0} C
1	1	1,6	0,9	500
2	1,2	1,8	0,8	560
3	1,3	1,2	0,5	200
4	2,5	0,8	1	250
5	2,8	1,3	1,2	190

5.9.2.3 В сосуде объемом V находится масса m_1 углекислого газа (CO_2) и масса m_2 закиси азота (N_2O) при температуре t. Найти давление p смеси.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	V, л	m_1, г	m_2, г	t, $^\circ$ C
1	2	6	6	127
2	3	10	12	138
3	5	12	15	111
4	1,2	5	10	134
5	1,8	4	11	148

5.9.2.4 В сосуде находится масса m_1 азота и масса m_2 водорода при температуре t и давлении p. Найти молекулярную массу смеси и ее объем.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m_1, г	m_2, г	t, $^\circ$ C	p, МПа
1	14	9	10	1
2	15	10	12	2
3	12	11	16	3
4	10	12	14	5
5	11	15	14	1,2

5.9.2.5 Закрытый сосуд объемом V наполнен воздухом при нормальных условиях. В сосуд вводится диэтиловый спирт ($C_2H_5OC_2H_5$). После того как весь эфир испарился, давление в сосуде стало равным p = 0,14 МПа. Какая масса m эфира была введена в сосуд?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	V, л	p, МПа
1	3	0,14
2	8	0,12
3	3	0,15
4	7	0,1
5	2	0,12

5.9.2.6 В сосуде находится масса m_1 углекислого газа и масса m_2 азота. Найти плотность ρ смеси при температуре t и давлении p.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m_1, г	m_2, г	p, кПа	t, ^{o} C
1	10	15	150	27
2	11	12	120	30
3	12	14	110	22
4	9	13	120	22
5	18	9	111	24

Задание 3

5.9.3.1 Найти отношение среднеквадратичных скоростей молекул «газ 1» и «газ 2» при одинаковых температурах.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	Газ 1	*Газ 2*
1	Неон	Кислород
2	Азот	Кислород
3	Водород	Кислород
4	Водород	Азот
5	Неон	Азот

5.9.3.2 В сосуде объемом V находится m кислорода под давлением p. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	V, л	m, г	p, мм рт. ст.
1	12	75	758
2	14	12	704
3	9	57	1 769
4	8	79	523
5	85	4	823

5.9.3.3 Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул азота? Масса пылинки m.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	m, г
1	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$
2	$9{,}3 \cdot 10^{-7}$
3	$3{,}4 \cdot 10^{-7}$
4	$9{,}9 \cdot 10^{-7}$
5	$5{,}9 \cdot 10^{-7}$

5.9.3.4 Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях равна υ. Какое количество молекул содержится в 1 г этого газа?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	υ
1	694 м/с
2	660 м/с
3	557 м/с
4	300 м/с
5	870 м/с

5.9.3.5 Найти число молекул водорода в 1 см^3, если давление равно p, а средняя квадратичная скорость его молекул при данных условиях равна υ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	υ, м/с	p, мм рт. ст.
1	4 649	1 480
2	4 768	1 250
3	1 717	1 372
4	2 604	1 717
5	7 729	336

5.9.3.6 Найти среднюю квадратичную скорость молекул кислорода при температуре, равной t.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	t
1	127
2	130
3	122
4	122
5	124

Задание 4

5.9.4.1 Найти кинетическую энергию теплового движения молекул, находящихся в 1 г окиси азота при температуре t.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	t, ^{o} C
1	194
2	319
3	667
4	847
5	210

5.9.4.2 Какой энергией теплового движения обладает газ, занимающий объем V при давлении p и при температуре t? Молекулы газа – двухатомные.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	V, см^3	t, ^{o} C	p, мм рт. ст.
1	87	107	57
2	2	30	183
3	31	93	156
4	78	130	124
5	62	8	105

5.9.4.3 Определить кинетическую энергию, приходящуюся на одну степень свободы молекулы однородного газа при температуре Т. Молярная масса газа 2 кг/кмоль.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	T, К
1	775
2	475
3	654
4	250
5	300

5.9.4.4 Средняя энергия вращательного движения молекулы некоторого двухатомного газа при определенных условиях равна W, а средняя арифметическая скорость молекул при этих условиях равна υ. Определить массу молекулы этого газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	W, Дж	υ, м/с
1	$2{,}43 \cdot 10^{-21}$	415
2	$7{,}67 \cdot 10^{-21}$	895
3	$5{,}42 \cdot 10^{-21}$	249
4	$5{,}09 \cdot 10^{-21}$	467
5	$8{,}21 \cdot 10^{-21}$	230

5.9.4.5 Определить полную кинетическую энергию всех молекул кислорода, находящегося под давлением p в сосуде, объем которого равен V.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	p, Па	V, л
1	$5{,}97 \cdot 10^{4}$	4
2	$1{,}41 \cdot 10^{4}$	3
3	$1{,}31 \cdot 10^{4}$	5
4	$1{,}47 \cdot 10^{4}$	5
5	$1{,}96 \cdot 10^{4}$	5

5.9.4.6. При какой температуре газа средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул равна E? Молярная масса газа μ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	μ, кг/кмоль	*E*, Дж
1	4	$8{,}3 \cdot 10^{-21}$
2	4	$1{,}12 \cdot 10^{-21}$
3	44	$6{,}2 \cdot 10^{-21}$
4	18	$1{,}16 \cdot 10^{-21}$
5	32	$1{,}2 \cdot 10^{-21}$

Задание 5

5.9.5.1 В баллоне находится *m* кислорода. Найти число молекул кислорода, скорости которых превышают значение среднеквадратичной скорости.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	m, г
1	18
2	7
3	1,2
4	10
5	8

5.9.5.2 Какая часть молекул воздуха при температуре *t* обладает скоростями, отличающимися не более, чем на $\Delta\upsilon$ от наиболее вероятной скорости?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	t, ^{o} C	$\Delta\upsilon$, м/с
1	35	0,2
2	175	0,7
3	58	0,9
4	162	0,34
5	181	0,64

5.9.5.3 Какая часть молекул газа при температуре Т обладает скоростями в интервале от υ до $\upsilon + 10$. Молярная масса газа μ. Ответ выразить в процентах.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	T, К	υ, м/с	μ, кг/кмоль
1	266	257	28
2	301	438	32
3	299	330	40
4	294	144	44
5	286	141	32

5.9.5.4 Наиболее вероятная скорость молекул гелия при некоторой температуре равна υ. Во сколько раз число молекул, скорости которых лежат в интервале от υ_1 до υ_1+10, больше, чем число молекул, скорости которых лежат в интервале от υ_2 до $\upsilon_2 + 10$? Значения υ_1 и υ_2 отличаются от наиболее вероятной на плюс-минус $\Delta\upsilon$ ($\upsilon_1 > \upsilon_2$).

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	υ, м/с	$\Delta\upsilon$, м/с
1	1 187	370
2	940	350
3	885	313
4	555	100
5	600	120

5.9.5.5 Определить относительное число молекул газа, скорости которых отличаются не более чем на ε от наивероятнейшей.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	ε, %
1	0,9
2	2
3	1,9
4	0,8
5	4

5.9.5.6 В баллоне, объем которого V, находится водород при температуре t. Давление водорода p. Найти число молекул водорода, скорости которых лежат в интервале от υ_1 до υ_2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	V, л	t, ^{o} С	p, кПа	υ_1, км/с	υ_2, км/с
1	13	– 6	221	1,19	1,51
2	20	72	228	1,29	1,91
3	10	189	263	1,09	2,21
4	4	– 119	211	1,89	2,21
5	6	– 16	255	0,19	2,21

Задание 6

5.9.6.1 У поверхности земли концентрация молекул азота в n раз меньше концентрации кислорода. На какой высоте концентрации этих газов станут равными? Среднюю температуру атмосферы считать равной t.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	n	t, ^{o} С
1	1,95	–12
2	2,90	–23
3	2,80	–17
4	1,69	–45
5	2,82	–29

5.9.6.2 В кабине вертолета барометр показывает p_1. На какой высоте летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал p_2? Температуру воздуха считать одинаковой по высоте и равной t.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	p_1, мм рт. ст.	p_2, мм рт. ст.	t, ^{o} С
1	537	765	–2
2	399	748	19
3	577	762	16
4	663	763	–1
5	397	763	–8

5.9.6.3 Какова концентрация молекул воздуха на высоте h, если атмосферное давление на уровне моря p? Температуру воздуха считать постоянной и равной t.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	h, км	*p*, мм рт. ст.	*t*, ^{o} C
1	4,18	747	–12
2	3,70	769	6
3	2,30	760	–7
4	4,50	763	1
5	4,96	747	–2

5.9.6.4 На какой высоте давление воздуха составляет 0,5 от давления на уровне моря, которое составляет $1{,}0 \cdot 10^5$ Па? Температуру считать постоянной по высоте и равной Т. Ответ дать в километрах.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	Т, К
1	287
2	281
3	273
4	277
5	283

5.9.6.5 Пылинки массой m каждая взвешены в воздухе. Определить толщину слоя воздуха, в пределах которого концентрация пылинок отличается на 50 %. Температуру воздуха считать равной Т.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, кг	*T*, К
1	$8{,}51 \cdot 10^{-20}$	276
2	$3{,}29 \cdot 10^{-20}$	264
3	$7{,}65 \cdot 10^{-20}$	296
4	$6{,}81 \cdot 10^{-20}$	301
5	$6{,}53 \cdot 10^{-20}$	253

5.9.6.6 Давление воздуха у основания Останкинской башни *p*. Каково будет показание барометра при подъеме на башню, если ее высота h? Температуру воздуха считать одинаковой по высоте и равной *t*.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	p, мм.рт.ст	h, м	t, ^{o} C
1	767	540	26
2	754	540	– 7
3	749	540	8
4	761	540	11
5	755	540	1

6 ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

6.1. Основные понятия и законы

Внутренняя энергия тела – сумма кинетической энергии хаотического движения молекул и потенциальной энергии взаимодействия молекул, составляющих это тело.

Внутренняя энергия одного моля газа равна сумме кинетических энергий N_A молекул, т. е.:

$$U_m = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT .$$

Внутренняя энергия для произвольной массы газа m:

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \nu\frac{i}{2}RT ,$$

где M — молярная масса;

ν — количество вещества.

Теплообмен – обмен внутренней энергией между телами.

Количество тепла – это часть внутренней энергии одного тела, переданной другому телу в процессе теплообмена.

Количество тепла, полученное или отданное телом в процессе теплообмена, равно

$$dQ = cmdT , \tag{6.1}$$

в которой m – масса тела, dT – изменение температуры тела. Если $dT > 0$, то тело получает тепло, в противном случае – отдает. Коэффициент пропорциональности c в формуле (6.1) называется *удельной теплоемкостью* вещества.

Удельная теплоемкость – это количество тепла, которое нужно сообщить телу массой 1 кг, чтобы повысить его температуру на 1 градус.

Элементарная работа, совершенная газом, равна

$$dA = PdV,$$

где P – давление;

dV – элементарное изменение объема.

Если давление газа остаётся постоянным, то тогда полная работа будет равна

$$A_{12} = P(V_2 - V_1).$$

Если же при изменении объема давление меняется, то произведенная газом работа будет равна

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV.$$

Работе можно придать наглядный геометрический смысл, если изобразить процесс изменения объема в координатах (P, V). На рисунке 6.1 элементарная работа – это затенённая полоска, а полная работа, совершенная газом при расширении, – заштрихованная площадь.

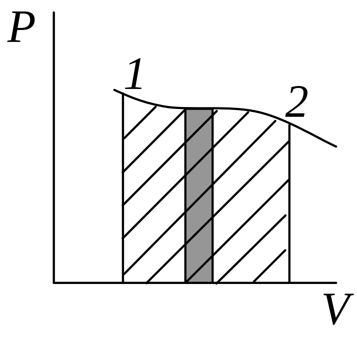


Рисунок 6.1 – Геометрический смысл работы

Первое начало термодинамики: количество теплоты, сообщённой системе (dQ), расходуется на увеличение внутренней энергии системы (dU) и на совершение системой работы против внешних сил (dA):

$$dQ = dU + dA.$$

Рассмотрим применение первого начала термодинамики к различным процессам, совершаемым идеальным газом.

1) В изотермическом процессе вся подведенная газу теплота идет на совершение работы против внешних сил:

$$d'Q = dA.$$

2) В изохорном процессе вся подведенная газу теплота расходуется на изменение внутренней энергии:

$$d'Q = dU.$$

3) В изобарном процессе количество теплоты, сообщённой газу, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил.

4) В адиабатном процессе термодинамическая система совершает работу против внешних сил за счет убыли внутренней энергии:

$$dA = -dU.$$

Адиабатический процесс описывается *уравнением Пуассона*:

$$PV^{\gamma} = const,$$

где $\gamma = (i+1)/i$, здесь i – число степеней свободы молекул газа.

Теплоёмкость тела – количество тепла, которое надо сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1 *К*.

Молярная теплоёмкость – теплоёмкость одного моля вещества:

$$C_m = \frac{dQ}{\nu dT}.$$

Удельная теплоёмкость – теплоёмкость единицы массы вещества:

$$c = \frac{dQ}{mdT}.$$

Молярная и удельная теплоёмкости связаны между собой соотношением

$$c = \frac{C}{M},$$

где M – молярная масса.

Различают теплоёмкость при постоянном объёме C_V и теплоёмкость при постоянном давлении C_P:

$$C_V = \frac{i}{2} R,$$

$$C_P = \frac{(i+2)}{2} R,$$

где i – число степеней свободы газа;

R – универсальная газовая постоянная.

Уравнение Майера, связывающее теплоёмкости при постоянном давлении и объёме:

$$C_P = C_V + R.$$

Круговой процесс или цикл – процесс, при котором система, пройдя ряд состояний, возвращается в исходное состояние.

Коэффициент полезного действия (КПД) – отношение выполненной за цикл работы к полученной энергии (в виде тепла):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где A – работа, выполненная за цикл;

Q_1 – полученное количество теплоты;

Q_2 – отданное количество теплоты.

Цикл Карно – круговой процесс, при помощи которого тепло, отнятое от нагревателя, можно превратить в работу, причем таким образом, чтобы полученная работа была максимальной.

В цикле Карно процесс состоит из двух изотермических и двух адиабатных расширений и сжатий. При расширении рабочее тело совершает полезную работу, а сжатия происходят за счет работы, совершаемой над рабочим телом. На всех стадиях рассмотренного цикла нигде не допускается контакта двух тел с различными температурами, и, следовательно, отсутствует необратимый процесс теплопроводности. Поэтому цикл Карно является обратимым.

КПД цикла Карно равен:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где Q_1 – тепло, отданное нагревателем;

Q_2 – тепло, полученное холодильником;

A – совершаемая работа;

T_1 – температура нагревателя;

T_2 – температура холодильника.

Теорема Карно:

КПД всех обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателя и холодильника, одинаков и определяется только температурами нагревателя и холодильника.

КПД цикла Карно всегда больше КПД реальной тепловой машины.

Приведенное количество теплоты – величина, равная отношению теплоты Q, полученной в изотермическом процессе, к температуре тела T.

Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу в любом обратимом круговом процессе, равно нулю:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

Величину S, равную $S = \int \frac{dQ}{T}$, называют *энтропией*.

Второе начало термодинамики: в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает:

$$dS \geq 0.$$

6.2 Таблица формул

Основные формулы раздела можно записать в таблицу 6.1.

Таблица 6.1

Формула	*Название формулы*	*Название величин в формуле*
1	*2*	*3*
$dQ = dU + dA$	Первое начало термодинамики	dQ – количество теплоты, сообщённой системе, dU – изменение внутренней энергии системы, dA – работа, совершаемая системой против внешних сил

Продолжение таблицы 6.1

$dQ = cmdT$	Количество тепла	m – масса тела, dT – изменение температуры тела, c – удельная теплоемкость вещества.
$U_m = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT$	Внутренняя энергия одного моля газа	i – общее число степеней свободы молекулы, T – температура
$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \nu\frac{i}{2}RT$	Внутренняя энергия для произвольной массы m газа	m – масса, M — молярная масса, ν — количество вещества
$dA = PdV$	Элементарная работа, совершаемая данным телом над внешними телами	P – давление, dV – элементарное изменение объема
$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$	Полная работа при изменении объема газа	V_1, V_2 – соответственно, начальный и конечный объемы газа
$PV^{\gamma} = const$	Уравнением Пуассона для адиабатического процесса	$\gamma = (i+1)/i$ – показатель адиабаты, i – число степеней свободы молекулы газа
$C_m = \frac{dQ}{\nu dT}$	Молярная теплоёмкость	
$c = \frac{dQ}{mdT}$	Удельная теплоёмкость	
$c = \frac{C_m}{M}$	Связь между молярной и удельной теплоемкостью	M – молярная масса
$C_V = \frac{i}{2}R$	Молярная теплоемкость при постоянном объеме	i – число степеней свободы газа
$C_P = \frac{(i+2)}{2}R$	Молярная теплоемкость при постоянном давлении	
$C_P = C_V + R$	Уравнение Майера	R – универсальная газовая постоянная

Продолжение таблицы 6.1

$A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$, $A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{p_1}{p_2}$	Работа, совершаемая газом при изотермическом процессе	m – масса газа, M – молярная масса, R – универсальная газовая постоянная, T – температура, V_2, V_1 – начальный и конечный объемы, p_2, p_1 – конечное и начальное давление
$A=p(V_2-V_1)$, $A=\frac{m}{M}R(T_2-T_1)$	Работа, совершаемая газом при изобарном процессе	T_1, T_2 – начальная и конечная температура, V_2, V_1 – начальный и конечный объемы
$A=\frac{m}{M}C_V(T_1-T_2)$, $A=\frac{RT_1}{\gamma-1}\frac{m}{M}[1-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}]=$ $=\frac{p_1V_1}{\gamma-1}[1-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}]$	Работа, совершаемая газом при адиабатическом процессе	T_1, T_2 – начальная и конечная температура, V_2, V_1 – начальный и конечный объемы, p_1 – начальное давление, γ – показатель адиабаты
$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}$	Коэффициент полезного действия для кругового процесса (или цикла)	A – работа выполненная за цикл, Q_1 – полученное количество теплоты, Q_2 – отданное количество теплоты
$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$	КПД цикла Карно	Q_1 – тепло, отданное нагревателем, Q_2 – тепло, полученное холодильником, A – совершаемая работа, T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника

6.3 Вопросы для самоподготовки

1 Сформулировать первый закон термодинамики. Показать применение первого закона термодинамики к изопроцессам. [3, с. 91 – 93]

2 Дать определение внутренней энергии. Записать формулы для внутренней энергии одного моля газа и произвольной массы газа. Пояснить физический смысл, входящих в эти формулы величин. [3, с. 86 – 87]

3 Из первого начала термодинамики получить выражение для определения молярной теплоемкости при постоянном объеме. [3, с. 93 – 97]

4 Из первого начала термодинамики получить выражение для определения молярной теплоемкости при постоянном давлении. [3, с. 93 – 97]

5 В чем заключается адиабатический процесс? Записать уравнение Пуассона, назвать входящие в него величины. [1, с. 107 – 110]

6 Получить уравнение Майера, связывающее молярные теплоемкости при постоянном давлении и объеме. [3, с. 93 – 97]

7 Пояснить принцип действия цикла Карно. [3, с. 97 – 103]

8 Получить уравнение для КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, через температуру нагревателя и температуру холодильника. [3, с. 99 – 103]

9 Дать определение приведенной теплоты и энтропии, пояснить статистический смысл энтропии. [3, с. 103 – 105]

6.4 Литература

1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т.И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1990 – 541 с. – ISBN 5-06-003634-0.

2 **Тулупенко, В. М.** Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка : курс лекцій з дисципліни «Фізика» / В. М. Тулупенко, В. Г. Білих, Р. В. Баржеєв. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – 104 с. – ISBN 978-966-379-119-7.

3 **Тулупенко, В. Н.** Механика. Молекулярная физика. Термодинамика : курс лекций по дисциплине «Физика» / В. Н. Тулупенко, В. Г. Белых, Р. В. Баржеев. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 108 с. – ISBN 979-966-379-120-3.

6.5 Тестовые задания для самоконтроля

1 Внутренней энергией тела называется:

а) сумма кинетической энергии хаотического движения молекул и потенциальной энергии взаимодействия молекул, составляющих это тело;

б) сумма кинетической энергии хаотического движения молекул, составляющих это тело;

в) сумма кинетической энергии хаотического движения молекул, потенциальной энергии взаимодействия молекул, составляющих это тело, и внутриатомной энергии.

2 Для идеального газа внутренняя энергия равна:

а) сумме кинетической энергии хаотического движения молекул и потенциальной энергии взаимодействия молекул, составляющих это тело;

б) сумме кинетической энергии хаотического движения молекул, составляющих это тело;

в) сумме кинетической энергии хаотического движения молекул, потенциальной энергии взаимодействия молекул, составляющих это тело, и внутриатомной энергии.

3 Для идеального газа потенциальная энергия взаимодействия молекул равна:

а) нулю;

б) $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$;

в) $U = \frac{i}{2}kT$.

4 Внутренняя энергия идеального газа:

а) прямо пропорциональна температуре;

б) обратно пропорциональна температуре;

в) не зависит от температуры.

5 Теплообменом называют процесс:

а) обмена внутренней энергией между телами;

б) обмена кинетической энергией молекулами газа;

в) обмена телами молекулами.

6 Процесс теплообмена может происходить:

а) путем межмолекулярного взаимодействия (столкновения молекул) при непосредственном контакте тел и посредством излучения (если тела не соприкасаются);

б) только путем межмолекулярного взаимодействия (столкновения молекул) при непосредственном контакте тел;

в) только посредством излучения.

7 Количество тепла – это:

а) часть внутренней энергии одного тела, переданной другому телу в процессе теплообмена;

б) кинетическая энергия поступательного движения молекул газа, израсходованная на взаимодействие с внешней средой;

в) кинетическая энергия вращательного движения молекул газа, израсходованная на взаимодействие с внешней средой.

8 Количество тепла, полученное или отданное телом в процессе теплообмена, рассчитывается по формуле:

а) $dQ = cmdT$;

б) $dQ = mdT$;

в) $dQ = \frac{mdT}{c}$.

9 Удельной теплоемкостью называют:

а) количество тепла, которое необходимо сообщить телу массой 1 кг, чтобы повысить его температуру на 1 градус;

б) количество вещества, которое необходимо добавить к телу массой 1 кг, чтобы повысить его температуру на 1 градус;

в) количество тепла, которое нужно сообщить телу (или забрать у тела) массой 1 кг, чтобы его температура стала равной 0 К.

10 Элементарная работа, совершаемая газом, равна:

а) $dA = pdV$;

б) $dA = \frac{m}{M} pdV$;

в) $dA = \frac{m}{M} RT$.

11 В формуле для работы газа p – это:

а) давление;

б) вес газа;

в) плотность газа.

12 Внутренняя энергия термодинамической системы может измениться за счет:

а) совершения над телами системы работы;

б) путем сообщения системе теплоты;

в) совершения над телами системы работы и путем сообщения системе теплоты.

13 Выберете наиболее верную запись первого начала термодинамики в эмпирическом виде:

а) $d'Q = dU + dA$;

б) $d'Q = dU / dA$;

в) $dU = d'Q \cdot dA$.

14 Выберите наиболее верную формулировку первого начала термодинамики:

а) количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил;

б) количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии;

в) количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение кинетической энергии молекул этой системы.

15 Для изотермического процесса первое начало термодинамики можно сформулировать следующим образом:

а) в изотермическом процессе вся подведенная к газу теплота идет на совершение работы против внешних сил;

б) в изотермическом процессе вся подведенная к газу теплота расходуется на изменение внутренней энергии;

в) в изотермическом процессе количество теплоты, сообщенной газу, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил;

г) в изотермическом процессе термодинамическая система совершает работу против внешних сил за счет убыли внутренней энергии.

16 Для изохорического процесса первое начало термодинамики можно сформулировать следующим образом:

а) в изохорическом процессе вся подведенная к газу теплота идет на совершение работы против внешних сил;

б) в изохорическом процессе вся подведенная к газу теплота расходуется на изменение внутренней энергии;

в) в изохорическом процессе количество теплоты, сообщенной газу, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил;

г) в изохорическом процессе термодинамическая система совершает работу против внешних сил за счет убыли внутренней энергии.

17 Для изобарного процесса первое начало термодинамики можно сформулировать следующим образом:

а) в изобарном процессе вся подведенная к газу теплота идет на совершение работы против внешних сил;

б) в изобарном процессе вся подведенная к газу теплота расходуется на изменение внутренней энергии;

в) в изобарном процессе количество теплоты, сообщенной газу, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил;

г) в изобарном процессе термодинамическая система совершает работу против внешних сил за счет убыли внутренней энергии.

18 Для адиабатического процесса первое начало термодинамики можно сформулировать следующим образом:

а) в адиабатическом процессе вся подведенная к газу теплота идет на совершение работы против внешних сил;

б) в адиабатическом процессе вся подведенная к газу теплота расходуется на изменение внутренней энергии;

в) в адиабатическом процессе количество теплоты, сообщенной газу, расходуется на увеличение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил;

г) в адиабатическом процессе термодинамическая система совершает работу против внешних сил за счет убыли внутренней энергии.

19 Адиабатический процесс описывается уравнением Пуассона:

а) $PV^{\gamma} = const$;

б) $P^{\gamma}V^{\gamma} = const$;

в) $PV^{(\gamma-1)} = const$.

20 В уравнении Пуассона показатель адиабаты γ равен:

а) $\gamma = \frac{i+1}{i}$, где i – число степеней свободы;

б) $\gamma = \frac{i+2}{i}$, где i – число степеней свободы;

в) $\gamma = \frac{i}{2}$, где i – число степеней свободы.

21 Теплоемкостью тела называют:

а) количество тепла, которое надо сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1 К;

б) количество тепла, которое надо сообщить телу, чтобы повысить его температуру в два раза;

в) количество тепла, которое надо сообщить телу или забрать у тела, чтобы его температура стала равной 0 К.

22 Молярной теплоемкостью называют:

а) количество тепла, которое необходимо сообщить одному молю вещества, чтобы повысить его температуру на 1 градус;

б) количество вещества, которое необходимо добавить к одному молю вещества, чтобы повысить его температуру на 1 градус;

в) количество тепла, которое нужно сообщить одному молю вещества (или забрать), чтобы его температура стала равной 0 С.

23 Молярная теплоемкость тела при постоянном давлении c_p и при постоянном давлении c_v связаны соотношением:

а) $c_p = c_v + R$, где R – универсальная газовая постоянная;

б) $c_p = c_v / R$, где R – универсальная газовая постоянная;

в) $c_p = c_v \cdot R$, где R – универсальная газовая постоянная.

24 Молярная теплоемкость при постоянном объеме c_v равна (i – число степеней свободы):

а) $c_v = \frac{i}{2}R$;

б) $c_v = \frac{i+2}{2}R$;

в) $c_v = \frac{3i}{2}R$.

25 Молярная теплоемкость при постоянном давлении c_p равна (i – число степеней свободы):

а) $c_p = \frac{i}{2}R$;

б) $c_p = \frac{i+2}{2}R$;

в) $c_p = \frac{3i}{2}R$.

26 Коэффициентом полезного действия тепловой машины называют:

а) отношение выполненной за цикл работы к полученной энергии;
б) отношение полученной энергии к выполненной за цикл работе;
в) произведение выполненной за цикл работы и полученной энергии.

27 Коэффициент полезного действия тепловых двигателей всегда имеет значение:

а) меньше 1;
б) больше 1;
в) равное 1.

28 В процессе расширения работа газа:

а) положительна;
б) отрицательна;
в) равна нулю.

29 В процессе сжатия работа газа:

а) положительна;
б) отрицательна;
в) равна нулю.

30 Цикл называют прямым, если:

а) работа расширения больше работы сжатия;
б) работа расширения меньше работы сжатия;
в) работа расширения равна работе сжатия.

31 Цикл называют обратным, если:

а) работа расширения больше работы сжатия;
б) работа расширения меньше работы сжатия;
в) работа расширения равна работе сжатия.

32 Пусть Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя; Q_2 — количество теплоты, переданное холодильнику. Коэффициент полезного действия теплового двигателя равен:

а) $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$;

б) $\eta = \dfrac{Q_1 + Q_2}{Q_1 - Q_2}$;

в) $\eta = \dfrac{Q_1}{Q_2}$.

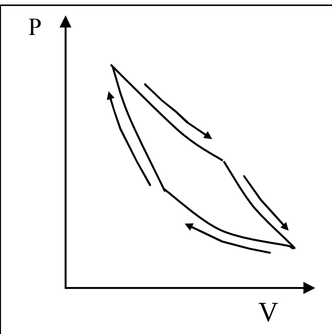
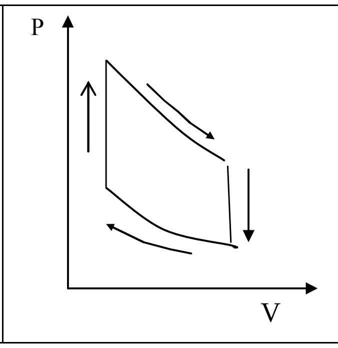
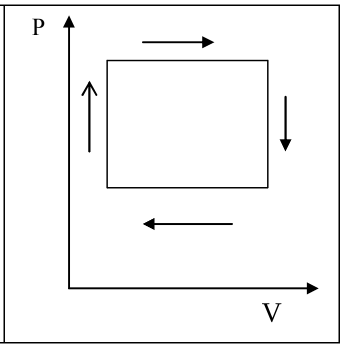
33 Цикл Карно позволяет:

а) максимально превратить тепло, отнятое у нагревателя, в работу;
б) максимально отнять тепло у нагревателя;
в) получить работу расширения больше работы сжатия.

34 Цикл Карно состоит из:

а) двух изотерм и двух адиабат;
б) двух изотерм и двух изохор;
в) двух изохор и двух адиабат.

35 Выберите термодинамическую диаграмму, изображающую цикл Карно:

а)		б)		в)	

36 Путь T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника, тогда КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, равен:

а) $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$;

б) $\eta = \frac{T_1 + T_2}{T_1 - T_2}$;

в) $\eta = \frac{T_1}{T_2}$.

6.6 Особенности методики решения задач по термодинамике

Задачи по термодинамике можно условно разделить на шесть классов:

1 Нахождение внутренней энергии газа, работы, совершаемой газом, количества теплоты, переданной газу. Применение первого начала термодинамики

2 Работа газа при различных изопроцессах

3 Нахождение теплоемкости газа

4 Задачи на нахождение параметров адиабатического процесса

5 Цикл Карно

6 Второе начало термодинамики. Изменение энтропии системы

6.6.1 Нахождение внутренней энергии газа, работы, совершаемой газом, количества теплоты, переданной газу. Применение первого начала термодинамики

Первое начало термодинамики – это закон превращения и сохранения энергии.

Математическая формулировка первого начала термодинамики записывается так:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A.$$

Система в термодинамике может состоять из нескольких тел, но может и из одного тела. Телом можно назвать воздух, воду, ртуть, любой газ, т. е. любое вещество, занимающее определенный объем. Очень часто таким телом является идеальный газ.

Количество тепла ΔQ, подведенное к системе, ни в коем случае нельзя понимать как разность каких-то количеств тепла в конечном и начальном состояниях системы (или тела, если система состоит из одного тела), потому что бессмысленно говорить о запасе тепла, заключенного в теле. ΔQ – это просто количество теплоты, сообщенное телу или системе тел.

Все сказанное о ΔQ также относится к ΔA. ΔA – работа, совершаемая силами, приложенными со стороны системы к внешним телам.

ΔU – изменение внутренней энергии системы. $\Delta U = U_2 - U_1$, где U_1 – внутренняя энергия системы в каком-то состоянии 1, а U_2 – в состоянии 2.

Если речь идет о бесконечно малом количестве теплоты dQ, сообщенном системе, о бесконечно малом изменении внутренней энергии dU системы и о бесконечно малой работе dA, то первое начало термодинамики записывается в виде

$$dQ = dU + dA.$$

Разберем более подробно, как рассчитывать ΔQ, ΔU и ΔA (работа рассматривается в следующем подразделе).

Практически во всех задачах рабочим телом является идеальный газ.

Внутренняя энергия U идеального газа – это сумма кинетических энергий всех его молекул, она выражается формулой

$$U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT,$$

где m – масса газа;

μ – масса моля, тогда $\frac{m}{\mu}$ – число молей;

R – универсальная газовая постоянная;

T – температура газа;

i – число степеней свободы.

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T,$$

где ΔT – изменение температуры.

Количество теплоты ΔQ, сообщенное газу, рассчитывается по формуле

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu}C\Delta T,$$

где $\frac{m}{\mu}$ – число молей;

C – молярная теплоемкость;

ΔT – изменение температуры.

6.6.2 Работа газа при различных изопроцессах

Рассмотрим, как рассчитывать работу идеального газа при различных процессах.

При бесконечно малом изменении объема газа dV можно считать, что давление p газа остается неизменным, и бесконечно малая работа газа при этом выражается формулой

$$dA = pdV.$$

При конечном измерении объема газа от V_1 до V_2 работа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV\ .$$

6.6.3 Нахождение теплоемкостей газа

Молярная C и удельная c теплоемкости связаны соотношением

$$C = \mu c,$$

где μ – масса моля.

Для нагревания одной и той же массы газа до одной и той же температуры требуется различное количество тепла, в зависимости от того, нагревается газ при постоянном объеме или при постоянном давлении.

Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R\,,$$

где i – число степеней свободы молекулы газа;

R – универсальная газовая постоянная.

Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} R\,.$$

6.6.4 Задачи на нахождение параметров адиабатического процесса

Условием адиабатического процесса расширения или сжатия является отсутствие теплообмена между газом и окружающей средой. Это условие на практике выполняется тем точнее, чем меньше теплопроводность стенок сосуда, содержащего газ, и чем быстрее протекает процесс. Формулы для расчета параметров этого изопроцесса представлены в таблице 6.1.

6.6.5 Цикл Карно

КПД цикла Карно, состоящего из двух изотерм и двух адиабат, не зависит от того, какое рабочее вещество совершает этот цикл, и равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

6.6.6 Второе начало термодинамики. Вычисление изменения энтропии системы

Задачи на расчет изменения энтропии предполагают использование её важнейших свойств:

1) энтропия является функцией состояния;

2) энтропия сложной системы равна сумме энтропий ее частей (свойство аддитивности).

Рассчитывая изменение энтропии по формуле

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

следует помнить, что здесь dQ означает количество теплоты, полученное телом. Поэтому, если тело отдает тепло, величину dQ следует ставить в эту формулу со знаком «–».

Если переход тела из начального состояния в конечное осуществляется несколькими, последовательно протекающими процессами, то полное изменение энтропии равно алгебраической сумме изменений энтропии в каждом процессе.

6.7 Примеры решения задач

1 200 г азота нагревают при постоянном давлении от 20 °С до 100 °С. Какое количество теплоты поглощается при этом? Чему равно изменение внутренней энергии газа? Какую работу производит газ?

Дано:
$m = 200\ г = 0{,}2\ кг$
$t_1 = 20\,°C$
$t_2 = 100\ °C$
$\mu = 28 \dfrac{кг}{кмоль}$
$R = 8{,}3 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{кмоль К}$

$\Delta Q = ?\ \Delta U = ?\ \Delta A = ?$

Решение

Процесс, идущий при постоянном давлении, – это изобарический процесс. При изобарическом процессе количество теплоты, проведенное к данной массе *m* азота, вычисляется по формуле

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T .$$

Массу μ киломоля азота N_2 находим в таблице «Периодическая система элементов Д. И. Менделеева», молярная теплоемкость при постоянном давлении $C_p = \frac{i+2}{2} R$, где i – число степеней свободы. Для двухатомного газа азота i = 5. Измерение внутренней энергии газа вычисляется по формуле $\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$, а работу, произведенную газом, можно найти, используя математическую формулировку первого начала термодинамики $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$, отсюда $\Delta A = \Delta Q - \Delta U$.

Подставим численные значения в выражения для ΔQ, ΔU и ΔA:

$$\Delta Q = \frac{0{,}2}{28} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8{,}3 \cdot 10^3 \cdot 80\, Дж = 1{,}66 \cdot 10^4\ Дж,$$

$$\Delta U = \frac{0{,}2}{28} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}3 \cdot 10^3 \cdot 80\, Дж = 1{,}18 \cdot 10^4\ Дж,$$

$$\Delta A = (1{,}66 \cdot 10^4 - 1{,}18 \cdot 10^4)\, Дж = 4{,}8 \cdot 10^3\ Дж$$

Ответ: $1{,}66 \cdot 10^4\ Дж$, $1{,}18 \cdot 10^4\ Дж$, $4{,}8 \cdot 10^3\ Дж$

2 Необходимо сжать $1 \cdot 10^{-2}\ м^3$ воздуха до объема в $2 \cdot 10^{-3}\ м^3$. Как выгоднее его сжимать: адиабатически или изотермически?

Дано:
$V_1 = 1 \cdot 10^{-2}\ м^3$
$V_2 = 2 \cdot 10^{-2}\ м^3$

$\dfrac{A_{ад}}{A_{из}} - ?$

Решение

Работа при адиабатическом процессе выражается формулой

$$A_{ад} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right\},$$

где T_1 – температура, при которой начинается сжатие;

γ – коэффициент Пуассона, $\gamma = \frac{i+2}{i}$.

Воздух состоит в основном из азота N_2, его в воздухе немного больше 78 %, кислорода O_2, его в воздухе ≈21 %, и ряда других газов: углекислый газ, аргон, гелий, неон, озон, которые присутствуют в малом количестве. Азот и кислород – двухатомные газы, поэтому можно считать, что для воздуха число степеней свободы i = 5. Работа при изотермическом сжатии $A_{из} = \dfrac{m}{\mu} RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1}$.

Отношение работ получается равным

$$\frac{A_{ад}}{A_{из}} = \frac{\dfrac{m}{\mu} R \, {}^{T_1}\!\big/\!{}_{\gamma-1} \left\{1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right\}}{\dfrac{m}{\mu} RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1}},$$

$$\frac{A_{ад}}{A_{из}} = \frac{1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}{(\gamma-1)\ln\dfrac{V_2}{V_1}}.$$

Подставляя численные данные $\dfrac{A_{ад}}{A_{из}} = \dfrac{1 - \left(\dfrac{10^{-2}}{2\cdot 10^{-3}}\right)^{0,4}}{0,4\ln\dfrac{2\cdot 10^{-3}}{10^{-2}}} = 1{,}4$, получим, что $A_{ад}$ больше $A_{из}$ в 1,4 раза. Следовательно, сжимать воздух выгоднее изотермически.

Ответ: изотермически.

3 Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянных объеме (c_v) и давлении (c_p), принимая эти газы за идеальные.

Дано:
$M_1 = 20\cdot 10^{-3}$ кг/моль
$M_2 = 2\cdot 10^{-3}$ кг/моль

c_v, c_p – ?

Решение

Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}, \tag{6.2}$$

$$c_P = \frac{(i+2)}{2}\frac{R}{M}. \tag{6.3}$$

Для неона (одноатомный газ) $i_1 = 3$, $M_1 = 20\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Подставив в формулы (6.2) и (6.3) значения i_1, M_1 и R и произведя вычисления, найдем:

$$c_{v1} = 624 \text{ Дж/(кг·К)}; \quad c_{p1} = 1{,}04 \text{ кДж/(кг·К)}.$$

Для водорода (двухатомный газ) $i_2 = 5$, $M_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Вычисление по формулам (6.2) и (6.3) дает следующие значения удельных теплоемкостей водорода:

$$c_{v2} = 10{,}4 \text{ кДж/(кг·К)}; \; c_{p2} = 14{,}6 \text{ кДж/(кг·К)}.$$

Ответ: $c_{v1} = 624$ Дж/(кг·К); $c_{p1} = 1{,}04$ кДж/(кг·К),
$c_{v2} = 10{,}4$ кДж/(кг·К); $c_{p2} = 14{,}6$ кДж/(кг·К).

4 В цилиндре под поршнем находится водород массой m = 0,02 кг при температуре T_1 = 300 К. Водород начал расширяться адиабатически, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в пять раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатического расширения и работу А, совершенную газом.

Дано:
M = 0,02 кг
T_1 = 300 К
$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$

T_2, А – ?

Решение

Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},$$

где γ – показатель адиабаты (для водорода как двухатомного газа $\gamma = 1{,}4$).

Отсюда получаем выражение для конечной температуры T_2:

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Подставляя числовые значения заданных величин, находим:

$$T_2 = 300 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{1,4-1} = 300\left(\frac{1}{5}\right)^{0,4}.$$

Прологарифмируем обе части полученного выражения:

$$\lg T_2 = \lg 300 + 0{,}4(\lg 1 - \lg 5) = 2{,}477 + 0{,}4 \cdot (-0{,}699) = 2{,}477 - 0{,}280 = 2{,}197.$$

Зная lgT_2, по таблицам антилогарифмов находим искомое значение T_2:

$$T_2 = 157 \text{ К}.$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении определяется по формуле

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R(T_1 - T_2).$$

Подставив сюда числовые значения величин, после вычисления получим:

$$A_1 = \frac{0{,}02}{2 \cdot 10^{-1}} \frac{5}{2} \cdot 8{,}31 \cdot (300 - 157) = 29{,}8 \cdot 10^3 \, Дж = 28{,}3 кДж.$$

Работа A_2 газа при изотермическом сжатии выражается формулой

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем:

$$A = \frac{0{,}02}{2 \cdot 10^{-1}} 8{,}31 \cdot 157 \cdot \ln \frac{1}{5} = -21 \cdot 10^3 \, Дж = -21 кДж.$$

Знак минус показывает, что при сжатии газа работа совершена внешними силами.

Общая работа, совершенная газом при рассмотренных процессах,

$$A = A_1 + A_2 = 29{,}8 \text{кДж} + (-21 \text{ кДж}) = 8{,}8 \text{ кДж}.$$

Ответ: $T_2 = 157$ К, А = 8,8 кДж.

5 Нагреватель тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, имеет температуру $t_1 = 200$ °С. Определить температуру T_2 охладителя, если при получении от нагревателя количества теплоты $Q_1 = 1$ Дж машина совершает работу А = 0,4 Дж. Потери на трение и теплоотдачу не учитывать.

Дано:
$t_1 = 200$ °С
$Q_1 = 1$ Дж
А = 0,4 Дж

Решение

Температуру охладителя найдем, использовав выражение для КПД машины, работающей по циклу Карно:

T_2 ?

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

отсюда

$$T_2 = T_1(1-\eta). \tag{6.4}$$

Термический КПД тепловой машины выражает отношение количества теплоты, которое превращено в механическую работу А, к количеству теплоты Q_1, которое получено рабочим телом тепловой машины из внешней среды (от нагревателя), т. е. $\eta = \frac{A}{Q_1}$. Подставив это выражение в формулу (6.4), найдем:

$$T_2 = T_1\left(1-\frac{A}{Q_1}\right). \tag{6.5}$$

Учтя, что T_1 = 473 К, после вычисления по формуле (6.5) получим:

$$T_2 = 473\left(1-\frac{0,4}{1}\right) = 284\hat{E}.$$

Ответ: T_2 = 284 К.

6 Найти изменение ΔS энтропии при нагревании воды массой m = 100 г от температуры t_1 = 0 °С до температуры t_2 = 100 °С и последующем превращении воды в пар той же температуры.

Дано:
m = 100 г = 0,1 кг
t_1 = 0 °С
t_2 = 100 °С
c = 4200 Дж/(кг·К)
λ = 2,26·10^6 Дж/кг

ΔS ?

Решение

Найдем отдельно изменение энтропии ΔS' при нагревании воды и изменение энтропии ΔS'' при превращении ее в пар. Полное изменение энтропии выразится суммой ΔS' и ΔS''.

Как известно, изменение энтропии выражается общей формулой

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_0^2 \frac{dQ}{T}. \tag{6.6}$$

При бесконечно малом изменении dT температуры нагреваемого тела затрачивается количество теплоты $dQ = mcdT$, где m – масса тела, c – его удельная теплоемкость. Подставив выражение dQ в равенство (6.6), найдем формулу для вычисления изменения энтропии при нагревании воды:

$$\Delta S^{/} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T}.$$

Вынесем за знак интеграла постоянные величины и произведем интегрирование, тогда получим:

$$\Delta S^{/} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T} = mc\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc\ln(\frac{T_2}{T_1}).$$

Вычислим:

$$\Delta S^{/} = 0{,}1 \cdot 4200 \cdot \ln(\frac{373}{273}) = 132(Дж/К).$$

При вычислении по формуле (6.6) изменения энтропии во время превращения воды в пар той же температуры постоянная температура T выносится за знак интеграла. Вычислив интеграл, найдем:

$$\Delta S^{//} = \int_{1}^{2} \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_{1}^{2} dQ = \frac{Q}{T}. \qquad (6.7)$$

где Q — количество теплоты, переданное при превращении нагретой воды в пар той же температуры.

Подставив в равенство (6.7) выражение количества теплоты $Q = \lambda \cdot m$, где λ — удельная теплота парообразования, получим:

$$\Delta S^{//} = \frac{\lambda \cdot m}{T}. \qquad (6.8)$$

Произведя вычисления по формуле (6.8), найдем:

$$\Delta S^{//} = \frac{2{,}26 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1}{373} = 605 Дж/К.$$

Полное изменение энтропии при нагревании воды и последующем превращении ее в пар $\Delta S = \Delta S' + \Delta S'' = 737$ Дж/К.

Ответ: $\Delta S = 737$ Дж/К.

7 Определить изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении кислорода массой m = 10 г от объема $V_1 = 25$ л до объема $V_2 = 100$ л.

Дано:	*Решение*
m = 10 г = 0,01 кг V_1 *= 25 л =* $25\cdot10^{-3}$ *м*^{3} V_2 *= 100 л =* $100\cdot10^{-3}$ *м*^{3} *M =* $32\cdot10^{-3}$ *кг/моль*	Так как процесс изотермический, то в общем выражении энтропии $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ температуру выносят за знак интеграла. Выполнив это, получим
ΔS – ?	

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \qquad (6.9)$$

Количество теплоты *Q*, полученное газом, найдем по первому началу термодинамики: *Q = ΔU + A*. Для изотермического процесса *ΔU = 0*, следовательно,

$$Q = A, \qquad (6.10)$$

а работа *A* для этого процесса определяется по формуле

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (6.11)$$

С учетом выражений (6.10) и (6.11) равенство (6.9) примет вид

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (6.12)$$

Подставив в уравнение (6.12) числовые значения и произведя вычисления, получим:

$$\Delta S = \frac{0{,}01}{32\cdot10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot \ln\frac{100\cdot10^{-3}}{25\cdot10^{-3}} = 3{,}60(Дж/К).$$

Ответ: ΔS = 3,60 Дж/К.

6.8 Задачи для аудиторного решения

1 10 г кислорода находится в сосуде под давлением р = 300 кПа и температуре 10 °С. После изобарического нагревания газ занял объем V = 10 л. Найти количество теплоты, полученное газом, изменение внутренней энергии и работу, совершенную газом при расширении.

2 При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре 17 °С, была совершена работа 860 Дж. Во сколько раз изменилось давление при расширении?

3 Газ находился под давлением $1{,}01 \cdot 10^5$ Па при температуре 17 °С. В результате адиабатического сжатия давление увеличилось до $5{,}56 \cdot 10^5$ Па, а температура повысилась до 307 °С. Определить отношение $\dfrac{c_p}{c_v}$

4 В цилиндре под поршнем находится водород массой 0,02 кг при 300 К. Водород сначала расширился адиабатически, увеличил свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился тоже в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом при этих процессах.

5 При адиабатическом сжатии 2 г азота, имевшего температуру 27 °С, объем газа уменьшился в 10 раз. Определить работу сжатия.

6 С идеальным газом проведен обратимый цикл Карно. Температура нагревателя равна 194 °С, температура холодильника 9 °С. При изотермическом расширении газ совершает работу 100 Дж. Определить КПД цикла, а также количество теплоты, которое газ отдает холодильнику при изотермическом сжатии.

7 Найти изменение энтропии при нагревании 100 г воды от 0 до 100 °С и последующем превращении воды в пар при той же температуре.

6.9 Индивидуальные задачи для самостоятельной работы

Задание 1

6.9.1.1 Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет A. Определить количество подведенной к газу теплоты при указанном изопроцессе.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	A, Дж	*Изопроцесс*
1	5	Изотермический
2	4	Изобарический
3	2	Изотермический
4	1,1	Изобарический
5	1,2	Изотермический

6.9.1.2 Сколько теплоты поглощают m водорода, нагреваясь от t_1 до t_2 при постоянном давлении? Каков прирост внутренней энергии газа? Какую работу совершает газ?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	t_1, °C	t_2, °C
1	100	0	100
2	120	5	80
3	150	0	50
4	110	0	30
5	800	0	180

6.9.1.3 Гелий, расширяясь при постоянном давлении, совершил работу A. Какое количество теплоты было сообщено газу?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	A, Дж
1	800
2	860
3	900
4	500
5	5 000

6.9.1.4 Азот массой m расширяется в результате изобарного процесса при давлении p. Определить: 1) работу расширения; 2) конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота Q, а начальная температура азота T_1.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	m, г	p, МПа	Q, кДж	T_1, К
1	280	1	5	290
2	300	1,8	5,2	280
3	500	1,6	2,5	250
4	350	1,5	2,7	490
5	590	1,2	3,8	390

6.9.1.5 Азот занимает объем V при давлении p. На сколько изменится внутренняя энергия газа, если при его сжатии объем уменьшится в n_1 раз(а), а давление увеличится в n_2 раз(а) ?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	V, л	p, кПа	n_1	n_2
1	3,33	496	3	9
2	1,45	352	10	17
3	2,42	417	7	7
4	2,10	357	9	5
5	3,27	120	5	19

6.9.1.6 При температуре T_1 моль идеального газа охладили изохорически, вследствие чего его давление уменьшилось в n раз(а). Затем газ изобарически расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равной первоначальной. Найти количество тепла, поглощенного газом в этом процессе.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	T_1, К	ν, моль	n
1	390	5	6
2	294	3	5
3	217	7	3
4	244	8	7
5	355	7	4

Задание 2

6.9.2.1 Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема V_1 до V_2. Найти работу, совершенную газом при расширении, и количество теплоты, сообщенное газу.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	V_1, л	V_2, л
1	1	1,2
2	1,2	2,2
3	3	4
4	2,5	2,8
5	3	6

6.9.2.2 Какая доля теплоты, подводимой к идеальному газу, расходуется на работу при изобарическом процессе, если число степеней свободы молекулы газа i?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	i
1	3
2	5
3	3
4	5
5	6

6.9.2.3 Кислород массой m занимает V_1 и находится под давлением p_1. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема V_2, а потом его давление выросло до p_3 при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU, выполненную газом работу A и теплоту Q, преданную газу.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	m, г	V_1, л	p_1, кПа	V_2, л	p_3, кПа
1	200	180	200	300	500
2	350	150	600	300	800
3	85	200	500	800	1 000
4	210	105	300	500	500
5	300	10	100	500	500

6.9.2.4 Объем водорода при изотермическом расширении при температуре T увеличился в n раз. Определить изменение внутренней энергии газа ΔU, работу A, выполненную газом, и теплоту Q, полученную при этом. Масса водорода m.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	T, К	n	m, г
1	300	3	200
2	290 К	6	300
3	200 К	3,5	400
4	350 К	2	500
5	400 К	4	350

6.9.2.5 Азот массой m был изобарно нагрет от температуры T_1 до температуры T_2. Определить работу A, выполненную газом, теплоту Q, полученную им, и изменение внутренней энергии азота ΔU.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, кг	T_1, К	T_2, К
1	0,1	200	400
2	0,5	280	300
3	0,3	230	450
4	0,2	250	422
5	0,15	400	405

6.9.2.6 Определить количество теплоты Q, которое необходимо сообщить кислороду объемом V при его изохорном нагревании, чтобы давление газа увеличилось на Δp.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	V, л	Δp, МПа
1	50	0,5
2	25	0,15
3	30	0,1
4	35	0,2
5	55	0,3

Задание 3

6.9.3.1 Некоторый газ при нормальных условиях имеет плотность ρ. Определить его удельные теплоемкости C_p и C_v.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	ρ, кг/м^3
1	0,0894
2	0,0994
3	0,0794
4	0,0394
5	0,0594

6.9.3.2 Определить теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	Газ
1	Азот
2	Аргон
3	Водород
4	Кислород
5	Гелий

6.9.3.3 Определить относительную молярную массу M двухатомного газа и его удельные теплоемкости, если известна разница удельных теплоемкостей этого газа ($c_p - c_v$).

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	$c_p - c_v$, Дж/(кг·К)
1	260
2	360
3	300
4	520
5	420

6.9.3.4 Определить показатель адиабаты γ идеального газа, который при температуре T и давлении p занимает объем V и имеет теплоемкость c_v.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	T, К	p, МПа	V, л	c_v, Дж/К
1	350	0,4	300	857
2	450	0,15	400	850
3	500	0,1	200	880
4	250	0,2	100	900
5	550	0,3	350	800

6.9.3.5 Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости равны c_v и c_p.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	c_v, кДж/(кг·К)	c_p, кДж/(кг·К)
1	10,4	14,6
2	11,4	15,6
3	16,4	20,6
4	8,4	12,6
5	15,4	19,6

6.9.3.6 Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем V. Определить теплоемкость c_v этого газа при постоянном объеме.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	V, л
1	5
2	6
3	8
4	12
5	3

Задание 4

6.9.4.1 При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания давление изменяется от P_1 до P_2. Начальная температура воздуха T_1. Найти температуру воздуха T_2 в конце сжатия.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	P_1, МПа	P_2, МПа	T_1, ^{o} С
1	0,18	2,68	51
2	0,68	2,17	58
3	1,18	3,87	50
4	0,84	3,28	14
5	0,65	3,66	57

6.9.4.2 В цилиндре под поршнем находится водород массой m при температуре T_1. Газ сначала расширился адиабатически, увеличив объем в n раз(а), а затем был сжат изотермически. Причем объем газа уменьшился в пять раз. Найти температуру газа T_2.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	T_1, К	n
1	47	472	2
2	27	381	3
3	17	375	2
4	36	422	6
5	14	322	3

6.9.4.3 Воздух, находившийся под давлением p, был адиабатически сжат до давления p_1. Найти давление, которое установится, когда сжатый воздух изохорически охладится до первоначальной температуры.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	p, кПа	p_1, МПа
1	146	3
2	148	1
3	72	1
4	171	5
5	91	5

6.9.4.4 Горючая смесь в двигателе дизеля воспламеняется при температуре T_1. Начальная температура смеси T. Во сколько раз нужно уменьшить объем смеси при сжатии, чтобы она воспламенилась? Сжатие считать адиабатическим. Показатель адиабаты считать равным γ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	T_1, К	T, К	γ
1	1 151	335	1,54
2	1 248	348	1,54
3	1 193	345	1,54
4	1 141	347	1,40
5	1 153	313	1,50

6.9.4.5 Во сколько раз изменится температура воздуха (T_1/T_2), если он расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2 = n \cdot V_1$?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	n
1	8
2	5
3	3
4	2
5	4

6.9.4.6 При адиабатическом сжатии газа его объем уменьшился в n_1 раз(а), а давление увеличилось в n_2 раз(а). Определить число степеней свободы газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	n_1	n_2
1	3	4,3
2	4	10
3	9	22
4	3	6,2
5	5	9,5

Задание 5

6.9.5.1 Кислород, который занимал объем V_1 при давлении p_1, адиабатически расширился до объема V_2. Определить работу расширения газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	V_1, л	p_1, МПа	V_2, л
1	1	1,2	10
2	1,2	1,0	5
3	1,4	2,5	8
4	1,5	3,2	12
5	1,8	2,2	11

6.9.5.2 Найти работу и изменение внутренней энергии при адиабатном расширении m азота, если его объем увеличился в n раз. Начальная температура азота t.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	n	t, °C
1	28	6	27
2	14	5	32
3	42	4	54
4	56	3	33
5	70	2	12

6.9.5.3 Азот, занимающий при давлении p объем V, расширяется вдвое. Найти работу, совершенную газом. Процесс считать адиабатическим.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	p, Па	V, л
1	$1{,}1\cdot10^5$	2
2	$2{,}1\cdot10^5$	3
3	$4{,}1\cdot10^5$	5
4	$4{,}2\cdot10^5$	7
5	$1{,}5\cdot10^5$	1,2

6.9.5.4 Некоторый одноатомный газ массой m находится при температуре Т и под давлением p. В результате адиабатического сжатия давление газа увеличилось в n раз(а). Работа, затраченная на сжатие, A. Определить первоначальный объем газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	m, кг	Т, К	p, МПа	n	A, кДж
1	1,2	450	1,2	2	1,34
2	2,2	350	1,5	3	1,84
3	2,8	150	1,8	4	2,22
4	3	200	1,5	5	2,88
5	1	300	2,2	6	2,55

6.9.5.5 При сжатии некоторой массы газа его давление увеличивается в n раз. Какую при этом надо совершить работу, если сжатие является изотермическим? Адиабатическим? Найти соотношение этих двух значений работы.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	n
1	10
2	11
3	12
4	15
5	9

6.9.5.6 Определить работу, совершаемую при адиабатическом сжатии ν молей идеального одноатомного газа, если его температура уменьшилась на ΔТ.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	ν, моль	ΔT, K
1	2	12
2	3	10
3	5	120
4	10	150
5	1,2	15

Задание 6

6.9.6.1 Совершая цикл Карно, газ отдал холодильнику n теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя T.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	n	T, K
1	0,65	400
2	0,35	300
3	075	280
4	0,85	450
5	0,9	350

6.9.6.2 Тепловая машина работает по циклу Карно, КПД которого равен η. Каков будет КПД этой машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении?

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	η
1	0,4
2	0,5
3	0,3
4	0,8
5	0,2

6.9.6.3 При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу A. Температура нагревателя T_1, температура холодильника T_2. Определить количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	A, Дж	T_1, К	T_2, К
1	1 000	550	300
2	200	500	350
3	5 000	530	330
4	8 000	800	600
5	300	280	200

6.9.6.4 Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу A и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты Q. Найти КПД машины.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	A, кДж	Q, кДж
1	2,94	13,4
2	2,55	12,2
3	2,89	10,8
4	2,13	15,8
5	2,18	18,4

6.9.6.5 Идеальная тепловая машина Карно за цикл получает от нагревателя количество теплоты Q_1. Температура нагревателя T_1, температура холодильника T_2. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	Q_1, кДж	T_1, К	T_2, К
1	2,512	400	300
2	2,812	500	200
3	3,19	400	250
4	4,18	350	280
5	5,12	250	150

6.9.6.6 Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу A. Температура нагревателя T_1, холодильника T_2. Найти КПД цикла, количество теплоты Q_1, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	A, кДж	T_1, К	T_2, К
1	73,5	373	253
2	80,5	573	473
3	90,5	473	373
4	70,5	253	153
5	50,5	356	256

Задание 7

6.9.7.1 Лёд массой m при температуре 0 ^{o}C был превращен в воду той же температуры с помощью пара, имеющего температуру 100 ^{o}C. Найти изменение энтропии системы «лёд – пар». Удельная теплота плавления льда равна $3{,}33 \cdot 10^5$ Дж/кг. Удельная теплота парообразования воды $2{,}25 \cdot 10^6$ Дж/кг. Удельная теплоемкость $4{,}18 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

Вариант	Обозначения физических величин и их значения
	m, кг
1	4
2	10
3	9
4	6
5	7

6.9.7.2 Смешали воду массой m_1 при температуре T_1 с водой массой m_2 при температуре T_2. Найти изменение энтропии воды, произошедшее в результате смешивания. Удельная теплоемкость воды равна c.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения				
	m_1, кг	T_1, К	m_2, кг	T_2, К	c, кДж/(кг·К)
1	3	293	4	342	4,18
2	5	286	2	355	4,18
3	4	283	4	335	4,18
4	4	291	6	322	4,18
5	3	298	4	330	4,18

6.9.7.3 Аргон массой m был изобарически нагрет так, что объем его увеличился в n_1 раз(а), а затем газ был изохорически охлажден так, что давление его уменьшилось в n_2 раз(а). Найти изменение энтропии аргона в ходе описания процесса.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения		
	m, г	n_1	n_2
1	805	2	2
2	678	5	4
3	631	4	3
4	860	3	3
5	554	4	3

6.9.7.4 В результате изохорического нагревания водорода массой m давление газа увеличилось в n раз(а). Определить изменение энтропии газа.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, г	n
1	16	3
2	12	4
3	32	3
4	30	4
5	9	2

6.9.7.5 Найти приращение энтропии ν молей идеального газа с показателем адиабаты γ, если в результате некоторого обратимого процесса объем газа увеличился в n_1 раза, а давление уменьшилось в n_2 раза.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения			
	ν, моль	γ	n_1	n_2
1	6	1,66	3	4
2	5	1,4	3	4
3	6	1,66	3	4
4	4	1,33	5	3
5	9	1,33	3	5

6.9.7.6 Кислород массой m увеличил свой объем в n раз(а), один раз изотермически, другой – адиабатически. Найти общее изменение энтропии в ходе указанных процессов.

Вариант	Обозначения физических величин и их значения	
	m, кг	n
1	3	5
2	8	8
3	2	5
4	1	5
5	6	5

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Стрелков, С.П.** Механика / С.П. Стрелков. – М. : Наука, 1975. – 525 с.

2 **Сивухин, Д. В.** Курс общей физики / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1980. – 428 с.

3 **Матвеев, А.Н.** Механика и теория относительности / А.Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1976. – 324 с.

4 **Фейнман, Р.** Фейнмановские лекции по физике / Р.Фейнман, Р. Дейтон. – М. : Мир, 1977. – 225 с.

5 **Фирганг, Е.В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики : уч. пособ. для втузов / Е. В. Фирганг. – М. : Высшая школа, 1977. – 384 с.

Навчальне видання

БОГДАНОВА Тетяна Леонідівна.
ПЕТУХОВ Вадим Вікторович.

МЕХАНІКА
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА
ТЕРМОДИНАМІКА

Збірник тестових завдань та приклади розв'язання задач. Навчальний посібник для самостійної роботи

ЧАСТИНА 1

(Російською мовою)

Редактор О. О. Дудченко

Комп'ютерна верстка О. С. Орда

122/2009 Підп. до друку . Формат 60x84/16
Папір офсетний. Ум. друк. арк. Обл.-вид. арк.
Тираж 250 прим. Зам. №

Видавець і виготівник
«Донбаська державна машинобудівна академія»
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру
серія ДК №1633 від 24.12.2003 р.